電気電子工学専攻　東京農工大学

バイオメディカルエレクトロニクス特論I

パターン認識の基礎

～概論・研究事例～

第13回講義
水曜日4限
教室L0013

吉澤　信
shin@riken.jp, 客員准教授
東京農工大学　大学院工学府

独立行政法人 理化学研究所

今日の内容

1. 前回の補足：四則演算なので省きましたが、一応曲率公式の導出.
2. パターン認識の基礎.
3. 時間があれば、研究事例.
4. 7/14 15:00 レポート(吉澤分)〆切.

前回の復習：曲率テンソル

✓ 曲面の主曲率は二階までの偏微分で決まる:

$$S = S(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^3, \quad \mathbf{x} = (u,v) \in \mathbf{R}^2$$

第一次・二次規格量(First and Second Fundamental Forms):

$$\mathbf{I}(du,dv) = (du,dv)\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}\begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix} \qquad \mathbf{II}(du,dv) = (du,dv)\begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

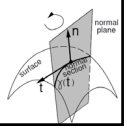
$$E = S_u \cdot S_u,\ F = S_u \cdot S_v,\ G = S_v \cdot S_v \qquad L = S_{uu} \cdot \mathbf{n},\ M = S_{uv} \cdot \mathbf{n},\ N = S_{vv} \cdot \mathbf{n}$$

✓ *Weingarten Map*:

$$k_{\text{directional}}(du,dv) = \frac{\mathbf{II}(du,dv)}{\mathbf{I}(du,dv)}$$

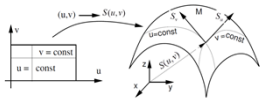
-Wの固有値と対応する固有ベクトルが 主曲率と主方向になる:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \frac{GL-FM}{EG-F^2} & \frac{EM-FL}{EG-F^2} \\ \frac{GM-FN}{EG-F^2} & \frac{EN-FM}{EG-F^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}^{-1}$$



前回の補足：曲率テンソル1

✓ 単位法線ベクトル：基本接線の外積を単位ベクトル化：



$$\mathbf{n} = \frac{S_u \times S_v}{\|S_u \times S_v\|}$$

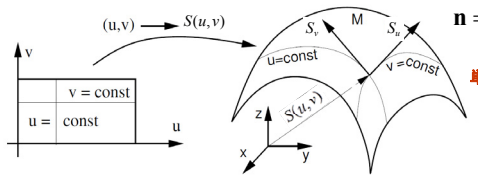
✓ Weingartenの公式:

$$-\nabla\mathbf{n} = -\begin{pmatrix} \mathbf{n}_u \\ \mathbf{n}_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{GL-FM}{EG-F^2} & \frac{EM-FL}{EG-F^2} \\ \frac{GM-FN}{EG-F^2} & \frac{EN-FM}{EG-F^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_u \\ S_v \end{pmatrix} = \mathbf{W}\nabla S$$

$$-\mathbf{n}_u = \frac{GL-FM}{EG-F^2}S_u + \frac{EM-FL}{EG-F^2}S_v,$$

$$-\mathbf{n}_v = \frac{GM-FN}{EG-F^2}S_u + \frac{EN-FM}{EG-F^2}S_v$$

前回の補足：曲率テンソル2



$$\mathbf{n} = \frac{S_u \times S_v}{\|S_u \times S_v\|}$$

単位法線ベクトル

$$\lambda = dv/du$$

✓ 最大・最小主曲率の定義より、

$$k_{\text{directional}}(du,dv) = \frac{\mathbf{II}(du,dv)}{\mathbf{I}(du,dv)} = \frac{Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2}{Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2} = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}$$

最大・最小→ $k = k_{\max}, k_{\min}$

$$\frac{dk_{\text{directional}}(\lambda)}{d\lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad \det\begin{vmatrix} L - Ek & M - Fk \\ M - Fk & N - Gk \end{vmatrix} = 0$$

前回の補足：曲率テンソル3

✓ 合成関数の微分公式より、

$$\frac{d}{d\lambda}(f/g) = \frac{f_\lambda g - g_\lambda f}{g^2}$$

$$\frac{dk_{\text{directional}}(\lambda)}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}\right)$$

$$= \frac{2(N\lambda + M)(E + 2F\lambda + G\lambda^2) - 2(L + 2M\lambda + N\lambda^2)(G\lambda + F)}{(E + 2F\lambda + G\lambda^2)^2}$$

$$= \frac{2(N\lambda + M) - 2k(G\lambda + F)}{(E + 2F\lambda + G\lambda^2)} = 0 \qquad k = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}$$

したがって、 $(N\lambda + M) - k(G\lambda + F) = (N - Gk)\lambda + (M - Fk) = 0$

同様に、 $k = \frac{N + 2M\lambda + L\lambda^2}{G + 2F\lambda + E\lambda^2}, \quad \lambda = (du/dv) \Rightarrow (L - Ek)\lambda + (M - Fk) = 0$

$$\frac{dk_{\text{directional}}(\lambda)}{d\lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad \det\begin{vmatrix} L - Ek & M - Fk \\ M - Fk & N - Gk \end{vmatrix} = 0$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

前回の補足：曲率テンソル4

$$\frac{dk_{\text{directional}}(\lambda)}{d\lambda}=0 \quad \Rightarrow \quad \det\begin{vmatrix} L-Ek & M-Fk \\ M-Fk & N-Gk \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{aligned}&(L-Ek)(N-Gk)-(M-Fk)^2\\ &=LN-(LG+EN)k+EGk^2-M^2+2FMk-F^2k^2\\ &=(EG-F^2)k^2-(EN-2FM+LG)k+LN-M^2\end{aligned}$$

✓ 解と係数の関係より、 $ak^2+bk+c=0$

$$k_{\max}+k_{\min}=-b/a=\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}$$

$$k_{\max}k_{\min}=c/a=\frac{LN-M^2}{EG-F^2}$$

平均曲率:	ガウス曲率:
$H=\frac{1}{2}\text{trace}(\mathbf{W})=\frac{k_{\max}+k_{\min}}{2}$	$K=\det(\mathbf{W})=k_{\max}\cdot k_{\min}$
$H=\frac{1}{2}\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}$	$K=\frac{LN-M^2}{EG-F^2}$

前回の補足：曲率テンソル5

✓ 固有値・固有ベクトルの定義より、

$$(k_{\max}\mathbf{I}-\mathbf{W})\mathbf{t}_{\max}=0, \quad \mathbf{t}_{\max}=(du_{\max},dv_{\max}) \qquad k_{\max}(du_{\max},dv_{\max})=\frac{\mathbf{II}(du_{\max},dv_{\max})}{\mathbf{I}(du_{\max},dv_{\max})}$$

$$(k_{\min}\mathbf{I}-\mathbf{W})\mathbf{t}_{\min}=0, \quad \mathbf{t}_{\min}=(du_{\min},dv_{\min}) \qquad k_{\min}(du_{\min},dv_{\min})=\frac{\mathbf{II}(du_{\min},dv_{\min})}{\mathbf{I}(du_{\min},dv_{\min})}$$

✓ 自明でない解を持つためには、固有多項式(det(kI−W))=0:

$$\det(k\mathbf{I}-\mathbf{W})=\det\begin{pmatrix} k-\frac{GL-FM}{EG-F^2} & -\frac{EM-FL}{EG-F^2} \\ -\frac{GM-FN}{EG-F^2} & k-\frac{EN-FM}{EG-F^2}\end{pmatrix}$$

$$=(k-\frac{GL-FM}{EG-F^2})(k-\frac{EN-FM}{EG-F^2})-(\frac{EM-FL}{EG-F^2})(\frac{GM-FN}{EG-F^2})$$

$$=k^2-k\frac{GL-2FM+EN}{EG-F^2}+\frac{(GL-FM)(EN-FM)-(EM-FL)(GM-FN)}{(EG-F^2)^2}$$

前回の補足：曲率テンソル6

$$=k^2-k\frac{GL-2FM+EN}{EG-F^2}+\frac{(GL-FM)(EN-FM)-(EM-FL)(GM-FN)}{(EG-F^2)^2}$$

✓ ここで、

$$\begin{aligned}&(GL-FM)(EN-FM)-(EM-FL)(GM-FN)\\ &=EGLN-GFLM-EFMN+F^2M^2-EGM^2+EFMN+GFLM-F^2LN\\ &=(EG-F^2)LN-(EG-F^2)M^2=(EG-F^2)(LN-M^2)\end{aligned}$$

$$\det(k\mathbf{I}-\mathbf{W})=k^2-k\frac{GL-2FM+EN}{EG-F^2}+\frac{LN-M^2}{EG-F^2}=0$$

✓ 解と係数の関係より、 $ak^2+bk+c=0$

$$k_{\max}+k_{\min}=-b/a=\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}$$

$$k_{\max}k_{\min}=c/a=\frac{LN-M^2}{EG-F^2}$$

平均曲率:	ガウス曲率:
$H=\frac{1}{2}\text{trace}(\mathbf{W})=\frac{k_{\max}+k_{\min}}{2}$	$K=\det(\mathbf{W})=k_{\max}\cdot k_{\min}$
$H=\frac{1}{2}\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}$	$K=\frac{LN-M^2}{EG-F^2}$

前回の補足：平均曲率、ガウス曲率と主曲率

✓ 主曲率の平均を平均曲率(Mean Curvature)、積をガウス曲率(Gaussian Curvature)と呼び、第一次・二次規格量の係数からも計算できる.

平均曲率:	ガウス曲率:
$H=\frac{1}{2}\text{trace}(\mathbf{W})=\frac{k_{\max}+k_{\min}}{2}$	$K=\det(\mathbf{W})=k_{\max}\cdot k_{\min}$
$H=\frac{1}{2}\frac{EN-2FM+GL}{EG-F^2}$	$K=\frac{LN-M^2}{EG-F^2}$

✓ 上記式より、主曲率は平均曲率とガウス曲率を用いて：

$$k_{\max}=H+\sqrt{H^2-K} \qquad k_{\min}=H-\sqrt{H^2-K}$$

レポートの問1

✓ 以下の三つの方法どれでもOK:

1. 固有値計算:

$$S(u,v)\rightarrow S_u,S_v,\mathbf{n},S_{uu},S_{uv},S_{vv}\rightarrow E,F,G,L,M,N\rightarrow$$
$$\rightarrow\mathbf{W}\rightarrow k_{\max},k_{\min}\rightarrow H,K$$

2. 曲率公式： 一番簡単.

$$S(u,v)\rightarrow S_u,S_v,\mathbf{n},S_{uu},S_{uv},S_{vv}\rightarrow E,F,G,L,M,N\rightarrow H,K$$

3. 定義から解の説明: 計算は必要ないが、厳密に説明されていないと×.

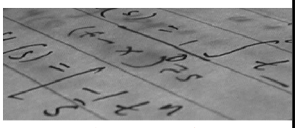
今日の内容

1. 前回の補足：四則演算なので省きましたが、一応曲率公式の導出.
2. パターン認識の基礎.
3. 時間があれば、研究事例.

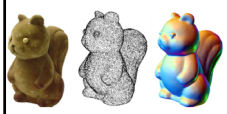
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

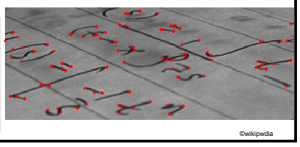
形状検出

- 特徴点・コーナー点・エッジの抽出は勾配やHessian等の微分オペレータを近似して、その固有解析や極値探索を行うのが基本.
- 円や楕円等の簡単な形状は関数のフィッティングを行うのが基本.
- 一般の形状検出は曲面再構成等の補間法の問題.



✓ 非常に沢山の方法があるので
今回は代表的な方法だけ紹介.





Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

テンプレートマッチング

- $T, I = T(i,j), I(i,j)$を並べたベクトル.
- SAD＝市街地距離.
- SSD＝ユークリッド距離の2乗.
- NCC(正規化相互相関)＝正規化されたベクトルの内積
＝なす角の余弦.

$$R_{SAD} = \sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} |I(i,j) - T(i,j)|$$

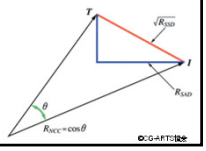
$$R_{SSD} = \sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} (I(i,j) - T(i,j))^2$$

$$R_{NCC} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} I(i,j)T(i,j)}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} I(i,j)^2 \times \sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} T(i,j)^2}}$$

テンプレート

ラスタスキャン

$$T = \begin{pmatrix} T(0,0) \\ T(0,1) \\ \vdots \\ T(M-1,N-1) \end{pmatrix}$$



©CG-ARTS協会

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

テンプレートマッチング2

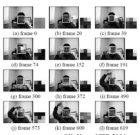
- ZNCC(相互相関係数):

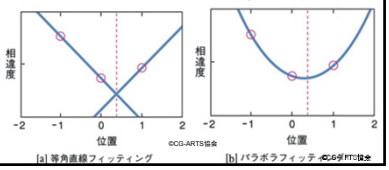
$$R_{ZNCC} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} (I(i,j) - \bar{I})\,(T(i,j) - \bar{T})}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} (I(i,j) - \bar{I})^2 \times \sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} (T(i,j) - \bar{T})^2}}$$

- 画素単位で求められた相違度をフィッティング関数で補間し，フィッティング関数の最小を与える位置をサブピクセルで求める方法もある.

$$where \quad \bar{I} = \frac{1}{MN}\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} I(i,j)$$

$$\bar{T} = \frac{1}{MN}\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1} T(i,j)$$





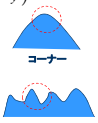
[a] 等角直線フィッティング ©CG-ARTS協会 [b] パラボラフィッティング ©CG-ARTS協会

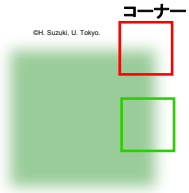
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

コーナー検出(Harris)

- Harrisの方法: 共役計量の固有値を使って凹凸を検出.

$$C = \nabla I \nabla I^T = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_x & I_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{pmatrix}$$





画素値が様々な方向に変化している.

- ガウス関数の重み付平均を使う.

$$M = \begin{pmatrix} G_\sigma(I_x^2) & G_\sigma(I_x I_y) \\ G_\sigma(I_x I_y) & G_\sigma(I_y^2) \end{pmatrix} = G_\sigma(\nabla I \nabla I^T)$$

$$\approx \sum_{i,j} w_{i,j} \nabla I(i,j) \nabla I(i,j)^T = \sum_{i,j} w_{i,j} \begin{pmatrix} I_x(i,j)^2 & I_x(i,j) I_y(i,j) \\ I_x(i,j) I_y(i,j) & I_y(i,j)^2 \end{pmatrix}$$

det(M): ガウス曲率の近似.
trace(M): 平均曲率の近似.

det(M)/trace(M)やdet(M)-k*trace(M)など.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

コーナー検出(Harris)2

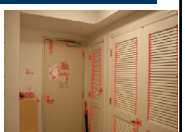
$$R = \lambda_1\lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2)^2 = \det M - k(trace(M))^2$$

- $\lambda_1\lambda_2$⇒近傍における勾配(方向)の広がり:
  - 勾配が一つの方向に揃っていれば，0.
  - 様々な方向に広がっていれば，大きな値.
- $(\lambda_1+\lambda_2)^2$⇒近傍の勾配の和の大きさ:

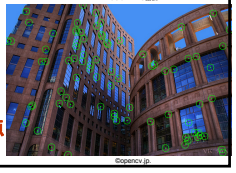
$$\lambda_1 + \lambda_2 = \mathrm{trace}(M) = G_\alpha(I_x^2) + G_\alpha(I_y^2)$$

- kは，これらの二つ値の調整.

- Rが大きいところ＝輝度分布に大きな凹凸.
- 局所的にRが最大になるところがコーナー.



←通常非常に沢山のコーナー点が検出されるので、閾値処理などで顕著な点だけを使う(SIFT等).



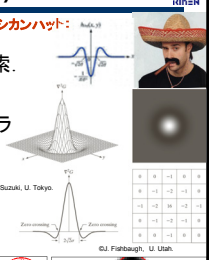
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Blob(小塊)検出(LoG)

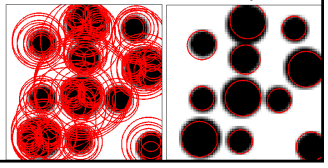
- Laplacian of Gaussian (LoG):
  - エッジ=ラプラシアンのゼロ交差：極値探索.
  - ノイズを強調してしまう.
  - ガウシアンフィルタで平滑化してからラプラシアンを計算.
  - この二つのフィルタは次式でまとまる.

$$h_{\log}(x,y) = \frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{2\pi\sigma^6}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$$

メキシカンハット：

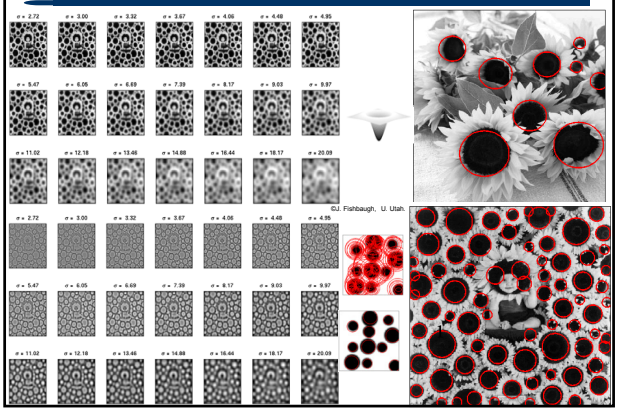


- 局所的に円を作成し最適化等の後処理でBlobを検出.
- 通常スケールスペース等と一緒に使う.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

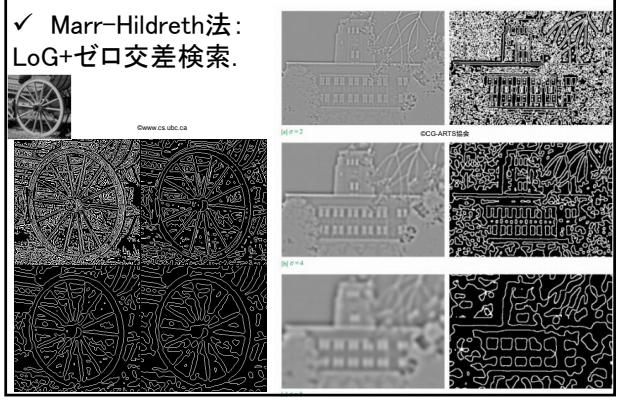
Blob(小塊)検出(LoG)2



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

エッジ検出(LoG)

✓ Marr-Hildreth法：
LoG+ゼロ交差検索.

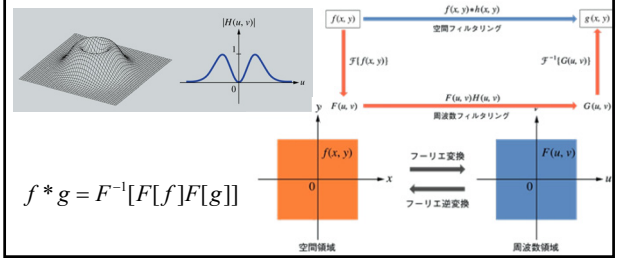


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

LoG:周波数領域

空間 $h_{\log}(x,y)=\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{2\pi\sigma^6}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$

周波数 $H_{\log}(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)\exp\left(-2\pi^2\sigma^2(u^2+v^2)\right)$



$f * g = F^{-1}[F[f]F[g]]$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

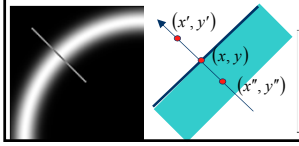
Canny Edge検出

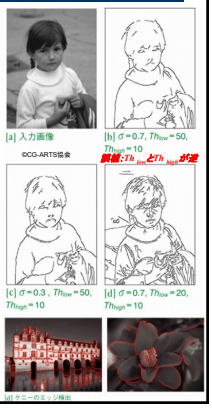
✓ Cannyアルゴリズムの処理手順:
- ノイズ低減と微分.
- 勾配の最大方向の検出.
- 閾値処理.

$g(x,y) = \sqrt{G_x(f(x,y))^2 + G_y(f(x,y))^2}$

$d(x,y) = tan^{-1}\left(\frac{G_y(f(x,y))}{G_x(f(x,y))}\right)$

✓ 勾配方向に沿って、勾配は局所最大か否かをチェック(非最大エッジ抑制).

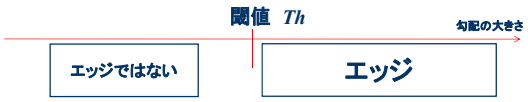




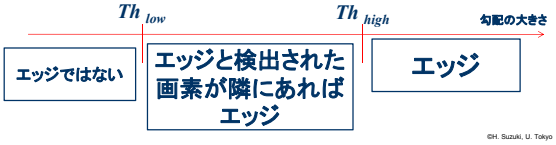
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Canny Edge検出2

✓ 単純な閾値処理:



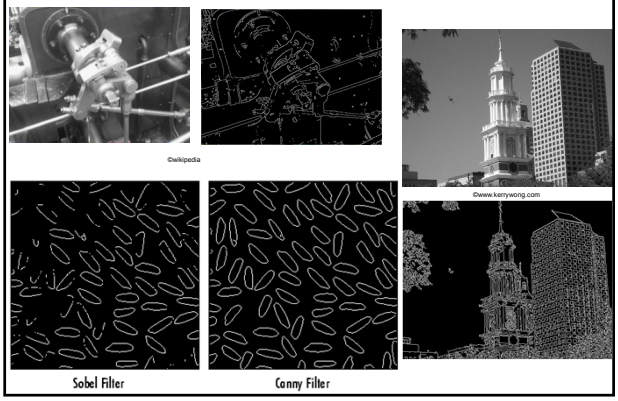
✓ エッジが途切れる問題があるので,



©H. Suzuki, U. Tokyo

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

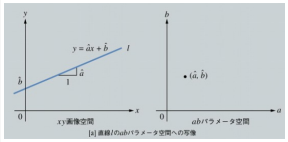
Canny Edge検出3

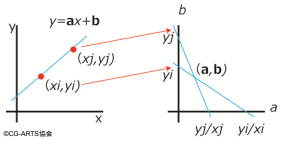


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

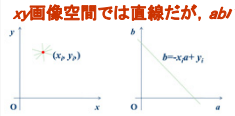
図形検出：ハフ変換

- ✓ 抽出されたエッジは不連続，誤検出があるので、その様な結果から形状を検出する方法.





***xy*画像空間では直線だが，*ab*パラメータ空間では点になる**

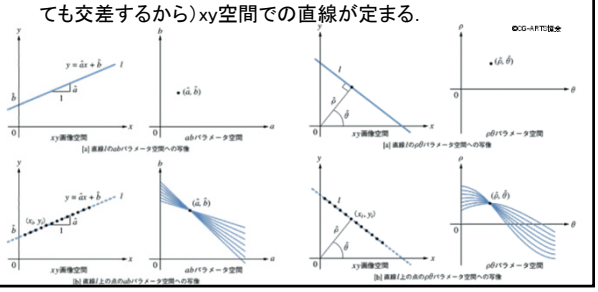


- ✓ *ab*空間の直線上の各点は，それぞれ*xy*空間で、この点●を通る直線に対応.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

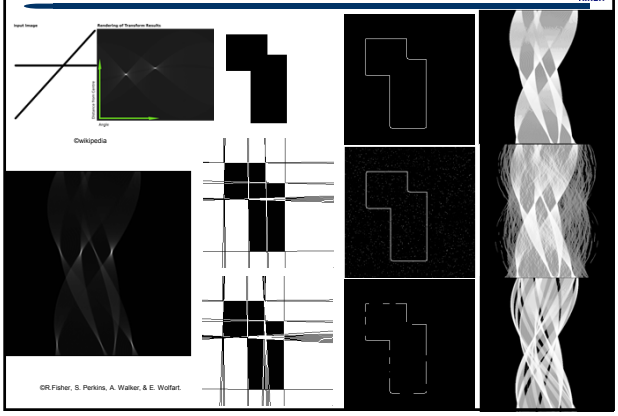
図形検出：ハフ変換2

- ✓ ハフ変換の原理:
  - xy空間上の直線を構成している点群の各点をab空間に写像すると，それらの直線は唯一の点で交差する.
  - 逆に，このような交点を検出すると，（直線が千切れていても交差するから）xy空間での直線が定まる.



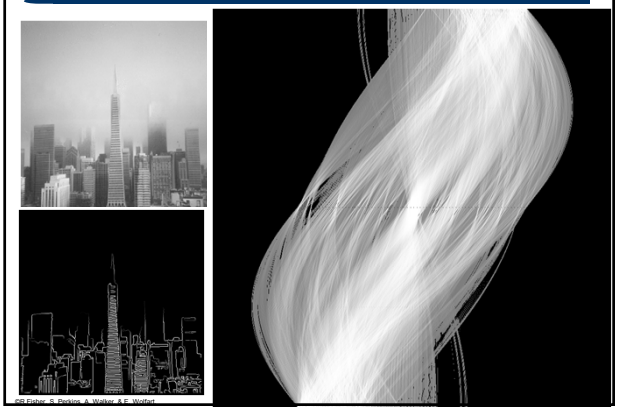
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

図形検出：ハフ変換3



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

図形検出：ハフ変換4



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

図形検出：ハフ変換5

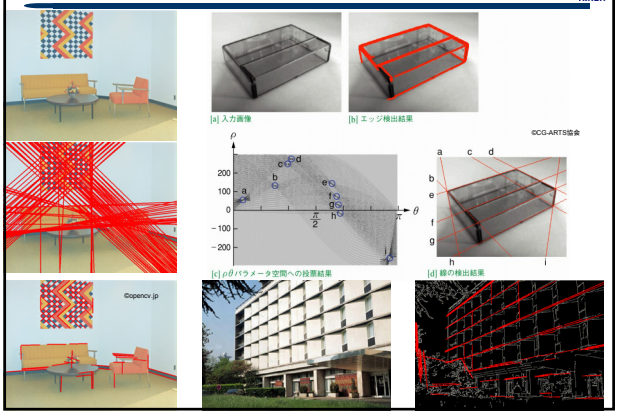
1. エッジ検出を行い，閾値処理により2値画像を用意する.
2. *ab*空間をセルに分割する．セルの値をゼロにしておく.
3. 線の候補となる画素を*ab*空間に写像し，その直線の通るセルに関してはセルの値を1増やす．（投票）
4. 全ての候補についてステップ2を行う．通過回数が記録される．これを投票度数と言う.
5. 投票度数の大きなセルを探索する．これが*xy*空間の直線に対応する.

©H. Suzuki, U. Tokyo.

*xy*空間　*ab*空間　*xy*空間

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

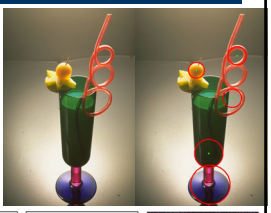
図形検出：ハフ変換6

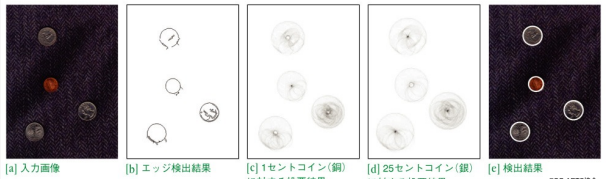


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

図形検出：ハフ変換7

- ✓ 円検出の場合はパラメタは3つ.
- ✓ 一般化ハフ変換もある.





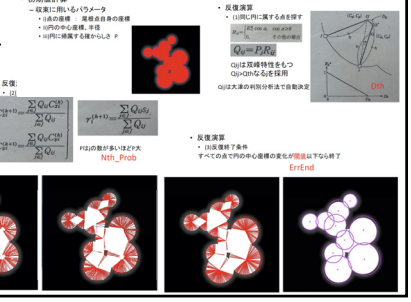
[a] 入力画像　[b] エッジ検出結果　[c] 1セントコイン（銅）に対する投票結果　[d] 25セントコイン（銀）に対する投票結果　[e] 検出結果

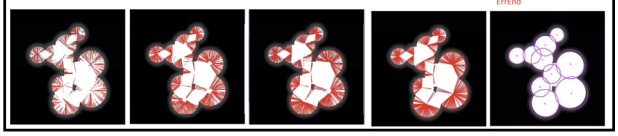
©CG-ARTS協会

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

円検出(緩和法)

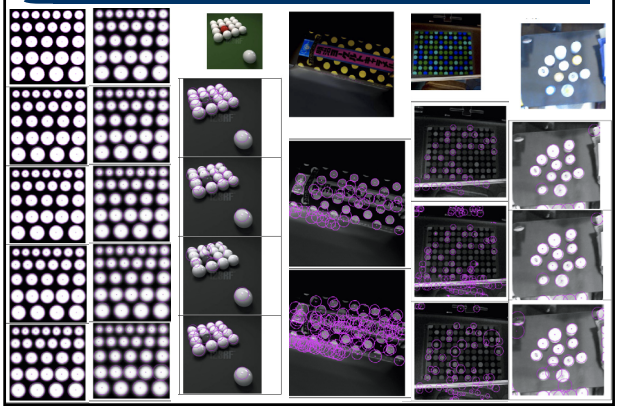
- 処理の流れ
  - 画像の2値化
  - 初期値計算
  - 反復演算
  - 円のクラスタリング





Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

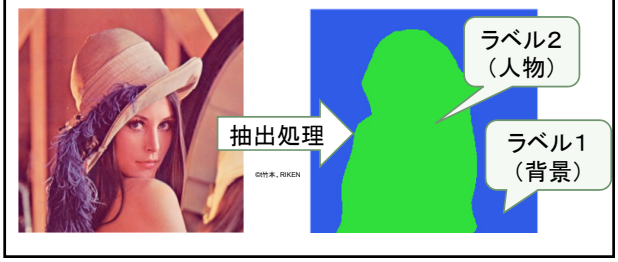
円検出(緩和法)2



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出とは？

- ✓ 領域抽出：画像の領域を分割する処理・対象の領域を切り出して他の領域と区別する事.
- ✓ 画像処理で最も重要な技術.
- ✓ 毎年何百！という新しい方法が提案されている.



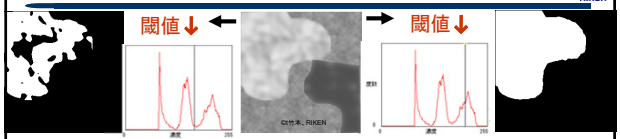
©竹本、RIKEN

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出の例

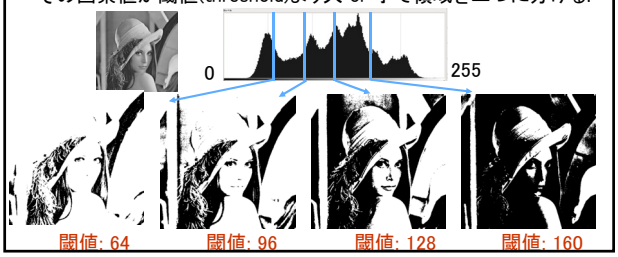
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

一番簡単な領域抽出：閾値による二値化



©竹本、RIKEN

- ✓ その画素値が閾値(threshold)より大 or 小で領域を二つに分ける.

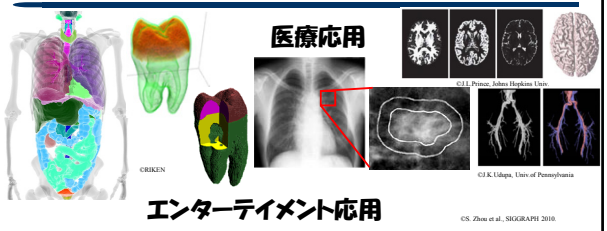


閾値: 64　閾値: 96　閾値: 128　閾値: 160

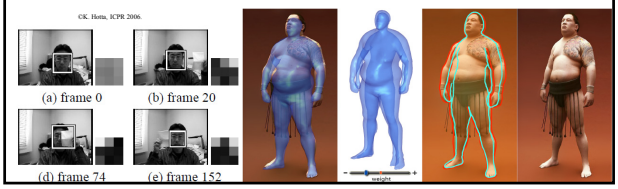
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

何の役に立つのか？

医療応用



エンターテイメント応用

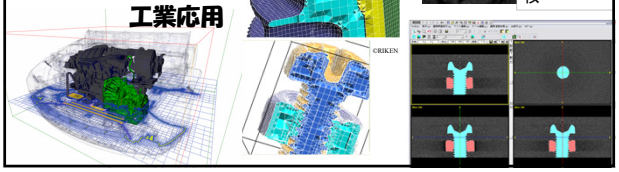


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

何の役に立つのか？2

自然科学応用

工業応用



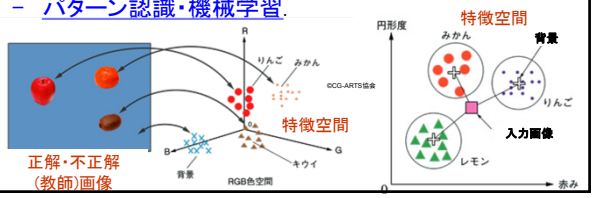
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出法の分類

✓ 教師なし(Unsupervised Segmentation):

入力画像
(領域抽出したい画像)
→ **特徴抽出 分類・識別** → **領域抽出画像**

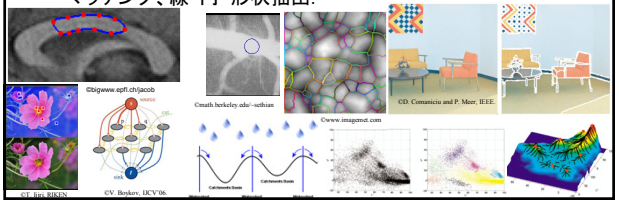
✓ 教師あり(Supervised Segmentation):
- パターン認識・機械学習.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出法の分類

✓ 教師なし(Unsupervised Segmentation):
- 領域の輝度値や抽出したい形状に関するエネルギー(目的関数)を最小化・最大化する事で特徴量の分布や滑らかさを基準.
- 領域抽出でよく用いられる方法は**大津の二値化法**, **Snake (Active Contour), Graph Cuts, Mean Shift, Water Shed (Region Growing)**等の方法が有名(目的関数の違いなど沢山の亜種).
- モデルを用いた検出：エッジ抽出、コーナー検出、テンプレートマッチング、線・円・形状抽出.

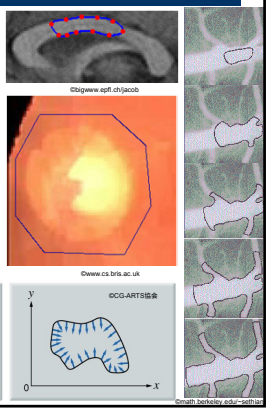


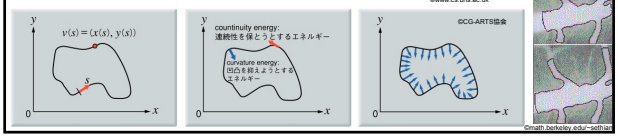
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Snake / Active Contour法

✓ 曲線と画像のエッジに基づくエネルギー関数の和を最小化する事で曲線を対象に収束させていく方法.

✓ エネルギーの種類：
- 閉曲線の連続性や滑らかさ.
- 画像のエッジ強度.
- 閉曲線を縮ませる(曲率).

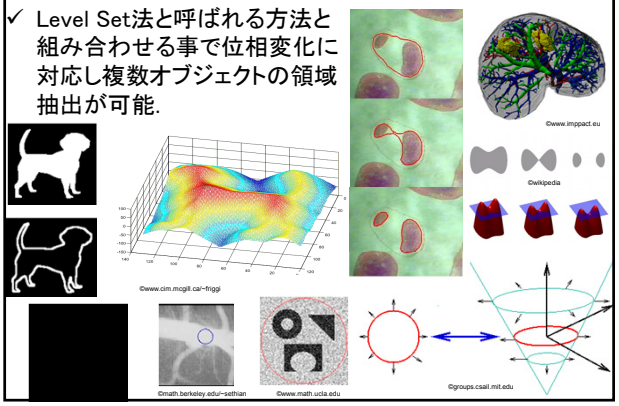




Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Snake / Active Contour法2

✓ Level Set法と呼ばれる方法と組み合わせる事で位相変化に対応し複数オブジェクトの領域抽出が可能.



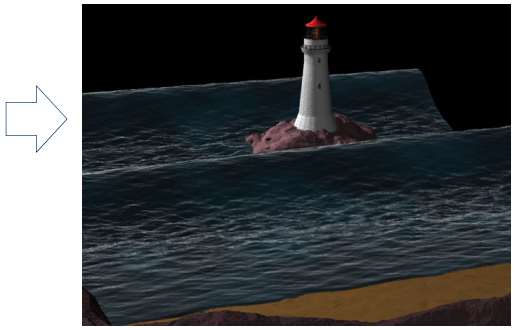
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Snake / Active Contour法3

✓ 3次元曲面への拡張もある.

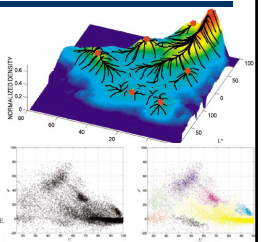
Snake / Active Contour法4

✓ 物理方程式の境界面を計算する事でのシミュレーション.



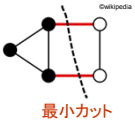
Mean Shift法

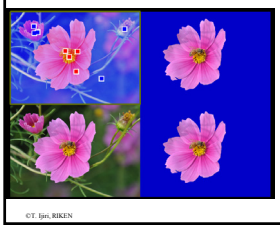
✓ 画素の座標値＋色やその他の特徴を組み合わせた特徴空間で(ガウス関数等の)重み付平均を繰り返し適用し、(特徴空間の)同じ場所に集まってきた(収束した)画素を同じ領域とする方法.

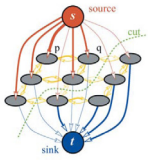


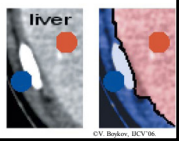
Graph Cuts法

✓ 画素の格子や近傍の画素への辺をグラフの辺として画素中心をグラフの頂点とし、エッジ強度等の重みを持ったグラフ構造を分離(カット)する方法.
- 最小カット(Minimum Cut): 重みの和が最小.
- 最大カット(Maximum Cut): 重みの和が最大.



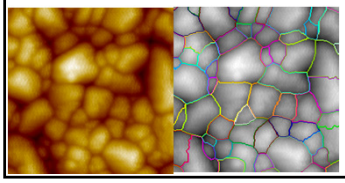


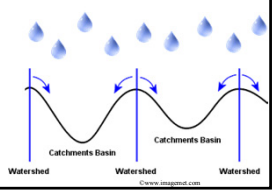




Region Growing法

✓ 複数のSeed画素からスタートし領域を拡張していく、拡張のルールはエッジ強度や形状モデルからの距離(例えば領域が平面に近いかどうか)等から構成されるエネルギー関数を最小化する様な近傍画素を随時Seed画素に加えて領域を大きくしていく:
- Watershed法, K-means Clustering, Lloyd Partitioning,重心ボロノイ図, etc.

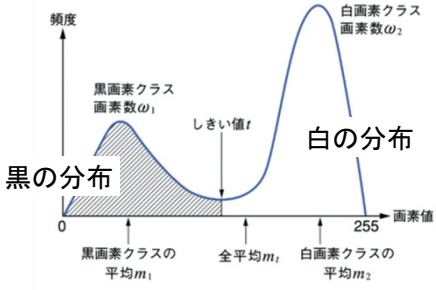




重要:大津の二値化法(判別分析)法

✓ 白の分布と黒の分布の「分離度」が大きくなるように閾値を自動的に決める.

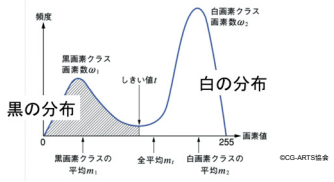
✓ 分離度:クラス間分散÷クラス内分散.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

閾値によるクラス

✓ 閾値によるクラス分け＝閾値による二値化:
✓ 全体とそれぞれのクラスの平均と偏差:



平均

$$m = \frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega} x_i$$

分散

$$\sigma^2 = \frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{\omega}(x_i - m)^2$$

m_t, σ_t^2 全体の平均と分散

m_1, σ_1^2, ω_1 黒画素クラスの平均と分散, 画素数

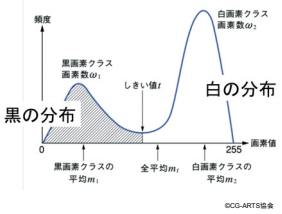
m_2, σ_2^2, ω_2 白画素クラスの平均と分散, 画素数

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

重要:クラス内分散とクラス間分散

✓ クラス内分散:クラスの散らばりの大きさ.

$$\sigma_w^2 = \frac{\omega_1\sigma_1^2 + \omega_2\sigma_2^2}{\omega_1 + \omega_2}$$



✓ クラス間分散:
ニクラス間の散らばり度合.

$$\sigma_b^2 = \frac{\omega_1(m_1 - m_t)^2 + \omega_2(m_2 - m_t)^2}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$= \frac{\omega_1\omega_2(m_1 - m_2)^2}{(\omega_1 + \omega_2)^2}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

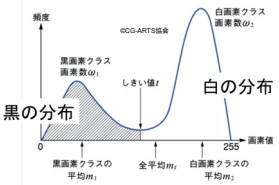
重要:分離度

✓ 分離度:クラス間分散÷クラス内分散.

$$\text{分離度} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2}$$

クラス間分散

クラス内分散



- 二つのクラスができるだけ分離しているためには,
- クラス内分散＝クラスの分布の広がり
  →なるべく小さいほうがよい
- クラス間分散＝クラスの隔たり
  →なるべく大きいほうがよい
- 分離度＝クラス間分散÷クラス内分散を最大にする.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

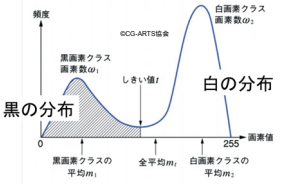
分離度2

✓ 分離度:クラス間分散÷クラス内分散.

$$\text{分離度} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2}$$

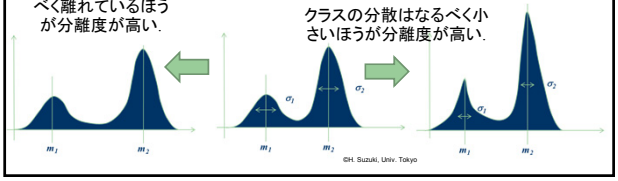
クラス間分散

クラス内分散



クラスの平均はなるべく離れているほうが分離度が高い.

クラスの分散はなるべく小さいほうが分離度が高い.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

分離度3

✓ 分離度の最大化.

$$\text{分離度} = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_w^2}$$ クラス間分散 / クラス内分散

$$= \frac{\sigma_b^2}{\sigma_t^2 - \sigma_b^2} \quad (\because \sigma_t^2 = \sigma_w^2 + \sigma_b^2 \leftarrow \text{証明してみよう})$$

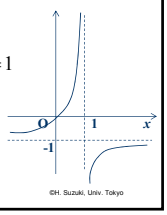
$x = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_t^2}$とおくと

$$= \frac{x}{1-x} \quad (0 < x < 1) \qquad x = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_t^2} < \frac{\sigma_b^2 + \sigma_w^2}{\sigma_t^2} = \frac{\sigma_t^2}{\sigma_t^2} = 1$$

グラフから、この値は、$0 < x < 1$ で単調増加。

σ_t^2は、閾値の選び方によらないので、

σ_b^2が最大きくなるように閾値を選べばよい。



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

大津の方法の問題点

✓ ヒストグラムが双峰性を持つ場合に非常に良い結果が得られる. つまり双峰性がない画像には向いていない.

単純閾値　大津法

✓ 画像全体のヒストグラムを使っているため背景の明るさ変化に弱い.

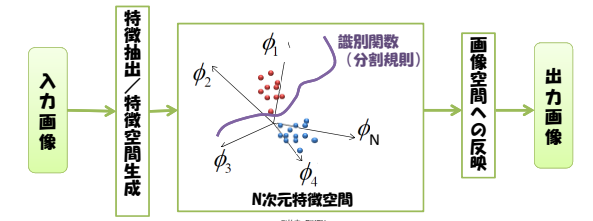
画像全体のヒストグラムを用いた大津法

局所的ヒストグラムを用いた大津法

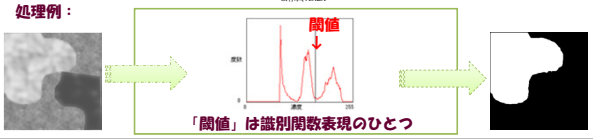
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出処理の流れ

✓ 領域抽出は、特徴量の分類・識別.



処理例：



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

画像データからの定量化

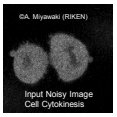
観察・測定データ

特徴抽出

認識・識別 e.g. 機械学習

前処理：
e.g. フィルタリング、ノイズ除去、超解像度、多重解像度解析、空間変換等.

後処理：e.g. 統計・幾何処理



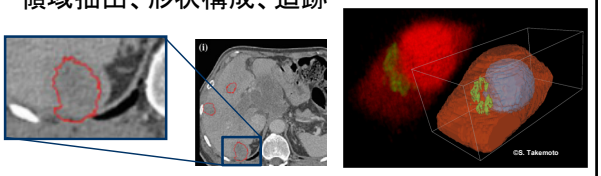
認識の応用では特徴量は形状記述子・画像記述子とも呼ばれる.

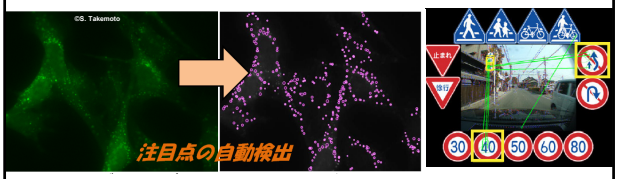
定量データ

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量を用いた定量解析(認識/識別あり)

✓ 領域抽出、形状構成、追跡…

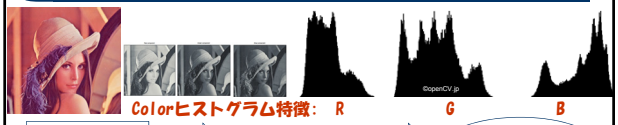




特徴間の距離にてオブジェクトを認識

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

類似度(相関)＝画像間の距離



Colorヒストグラム特徴： R G B

画像X

画像Y

特徴抽出

高次元特徴ベクトルX

高次元特徴ベクトルY

類似度＝画像間の距離
＝特徴ベクトル間の距離

$$dist(\mathbf{X},\mathbf{Y}) = \left\| \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \right\|$$

Y. Rubner et al. *Earth Mover's Distance*, IJCV, 2000.

様々な距離：
- ✓ ユークリッド: L1, L2, Lmax…
- ✓ カイ2乗, エントロピー,…
- ✓ Bhattacharyya, Minkowski,…
- ✓ Earth Mover's, 相関係数…
- ✓ Etc.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量を用いた定量解析(認識なし)

✓ Google等の画像検索：リトリーバル

✓ 物体追跡：パーティクルフィルタ等の尤度計算

✓ 画像内の局所領域間の類似度を物体移動の確率分布に利用

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量による類似度マップ

注目：赤

非注目：青

吉澤, 横田, *Biomedical Interface*, 2011.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量の種類

1. 普遍的な特徴: 基本的に数学の分野別.
   - ✓ 幾何特徴：長さ、面積、曲率、計量テンソル、測度、オイラー数、Index…
   - ✓ 解析特徴：Gradient、Hessian、Lapalcian、フーリエ係数、球面調和関数、Wavelet…
   - ✓ 代数特徴：固有値、行列式、階数…
   - ✓ 統計特徴：平均、分散、頻度、相関係数…
   - ✓ etc. …組み合わせも有り e.g. 曲率のGrad…
2. 問題依存(Ad hoc)の特徴:
   - ✓ 実験的・経験的に提唱された量.
   - ✓ Specificな応用のみで意味がある量：

   e.g. 生物遺伝解析等で用いられている画像記述子(パラメータ).

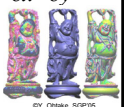
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量の種類2

同じ特徴(e.g.勾配:Gradient)でも…

1. 連続で滑らかな特徴:
2. 離散化・簡略化した特徴:

$$\nabla I(x,y) = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}\right)$$



©Y. Ohtake, SGP'05.

$\left(\frac{I(x+1,y)-I(x,y)}{dx}, \frac{I(y+1)-I(x,y)}{dy}\right)$ 前進1次

$\left(\frac{I(x+1,y)-I(x-1,y)}{dx}, \frac{I(x,y+1)-I(x,y-1)}{dy}\right)$ 中心2次

差分近似

Sobel

Prewitt

オペレータ

$(I * \frac{\partial g}{\partial x}, I * \frac{\partial g}{\partial y})$

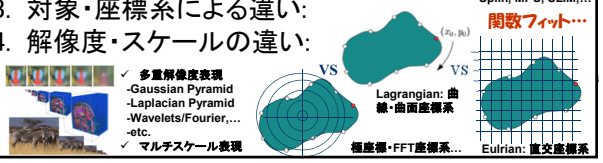
$g = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2})$

スケールスペース近似

Moving-LS, RBF, Polynomials, Conv., Fourier, Béziers, B-Splin, MPU, SLIM,…

関数フィット…

3. 対象・座標系による違い:
4. 解像度・スケールの違い:

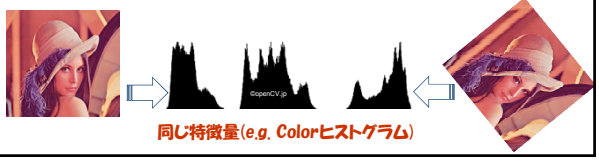


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴量の種類3

- ✓ パターン認識ではSaliency, HLAC, PARCOR, SIFT, HOG, Shape-lets, テクスチャー統計量, 関数展開系(フーリエ, Wavelets, 球面調和, Zernike関数, KL展開, 固有関数展開などの係数列)….
- ✓ 重要な要素：不変量、性質(加法性:画像を足したら、特徴量も足される).

e.g. Rotational Invariants: 回転変換に不変

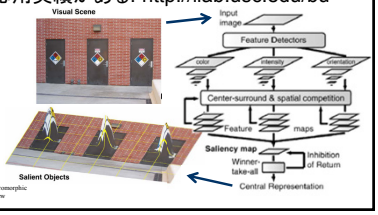


同じ特徴量(e.g. Colorヒストグラム)

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Saliency

- ✓ 位相・幾何変化にロバストな方法の一つ：顕著性(Saliency).
- ✓ Visual Attention: 人間の脳内では視覚情報の空間的局所領域に対する顕著性に対して特定の解析システム(visual map encoding)が存在 [Human Neurobiol,4:1985].
- ✓ Saliency Model: L. Itti, C. Koch, and E. Niebur [IEEE PAMI, 20(11):1998]によって提案された顕著性計算モデルで2次元時系列解析にて既に多数の応用実績がある: http://ilab.usc.edu/bu
  - 方向、カラー特徴
  - 多重解像度解析
    - 大きさの異なる特徴
  - スケール間解析
    - 画像の自己相似度
    - 各スケール特徴統合



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

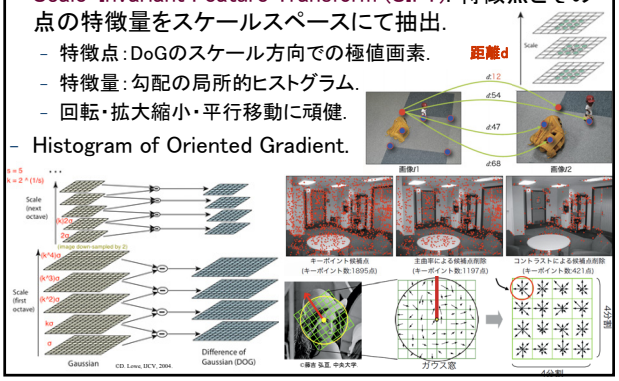
Saliency2

- ✓ 顕著度・特徴点を抽出.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

SIFT & HOG

- ✓ Scale-Invariant Feature Transform (SIFT): 特徴点とその点の特徴量をスケールスペースにて抽出.
  - 特徴点：DoGのスケール方向での極値画素.
  - 特徴量：勾配の局所的ヒストグラム.
  - 回転・拡大縮小・平行移動に頑健.
- Histogram of Oriented Gradient.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

HLAC

- ✓ 高次局所自己相関(HLAC: Higher-order Local Auto-Correlation)特徴: 局所パターンの自己相関を積分.
  - 積分ベース:(局所)画像の大きさによらず一定次元の特徴.
  - 有名な産総研(旧電総研)の大津先生と栗田先生が開発.
  - 位置不変性 & 加法性.
  - パターンの組み合わせ=次数.
  - 異常検出などの応用.

$$x(\mathbf{a}_1,\mathbf{a}_2,\cdots,\mathbf{a}_N)=\int_{\mathbf{r}} f(\mathbf{r})f(\mathbf{r}+\mathbf{a}_1)\cdots f(\mathbf{r}+\mathbf{a}_N)d\mathbf{r}$$

r：参照ベクトル　$\mathbf{a}_i$：変位ベクトル
f：輝度値パターン　R：画面（積分範囲）

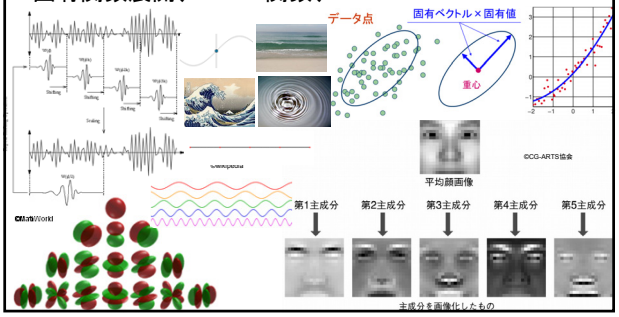
2次元画像は2次までなら25次元.

3次元画像(CHLAC)は2次までなら251次元.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

関数展開系

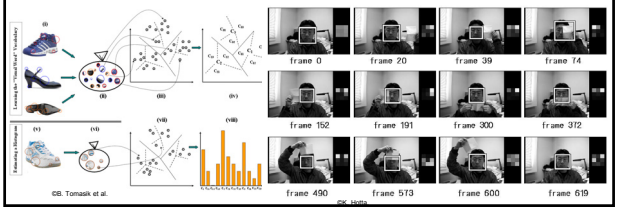
- ✓ 周波数を特徴(係数⇒ベクトル)とする:様々な基底がある.
- ✓ フーリエ係数、KL(Karhunen-Loeve)展開、球面調和関数、固有関数展開、Zernike関数、Wavelets…



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

重要:Bag of Features/Keypoints

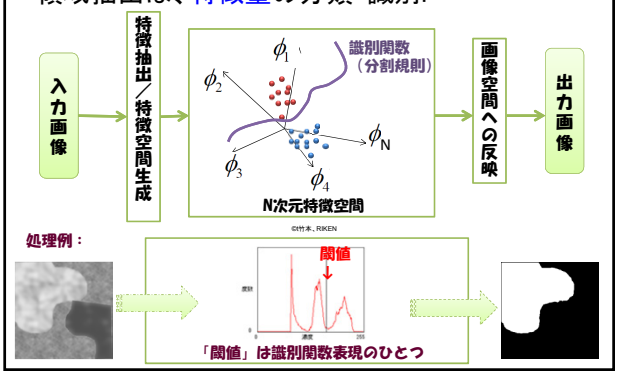
- ✓ 入力画像、教師画像や評価局所Window内の全ての画素での特徴量を使うのではなく、キーポイントでの特徴量をヒストグラムなどの統計量として使うアプローチ(Joint～).
- ✓「見え」の変化や物体の局所変形・移動などに頑健.
- ✓ 同じカテゴリーの複数画像から作成すると代表特徴となる.
- ✓ キーポイントはランダム、SIFT等で特徴量は多種.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

領域抽出処理の流れ

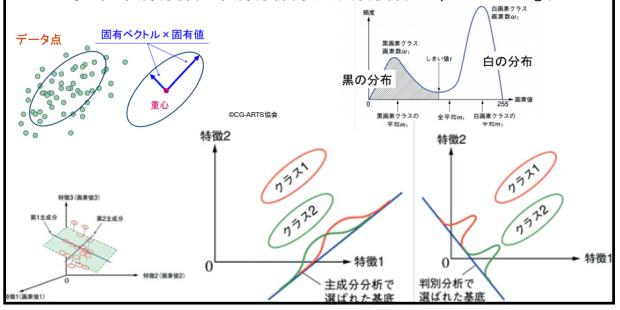
- ✓ 領域抽出は、特徴量の分類・識別.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

識別・分類・判別

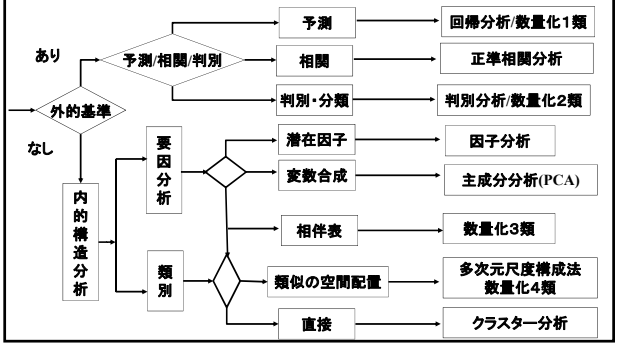
- ✓ 多変量解析:多変量の統計的解析法.
  - 主成分分析(PCA):共分散行列(分散の二乗和)の固有解析.
  - 線形判別分析: 大津の二値化法と同じでクラス間・クラス内分散を用いる.
  - その他:回帰分析、重回帰分析、独立成分分析、Adaptive Boostingなど.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

識別・分類・判別2

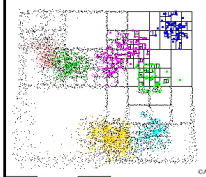
- ✓ 多変量解析手法の分類:
  - 大津 展之, "*HLAC特徴を用いた学習型汎用認識*", トリケップス, 2013.



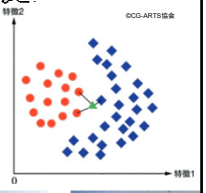
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

識別・分類・判別3

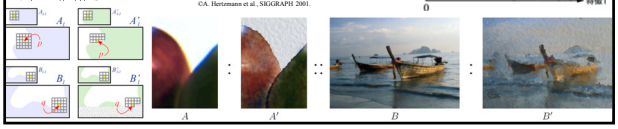
- ✓ kNN (k Nearest Neighbor)法：近傍へ分類.
  - 近傍k個の学習用データを検索する.
  - 帰属するサンプル数が最も多いクラスへ識別する.
  - 第一回のテクスチャー合成で使ったANNなど.



✓ NN法の場合，△は◆側.
✓ kNN法の場合，k=3だと，
〇2◆1で〇側.



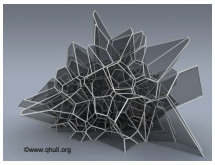
©A. Hertzmann et al., SIGGRAPH 2001.

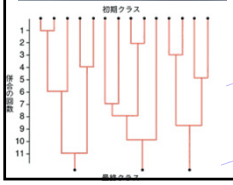


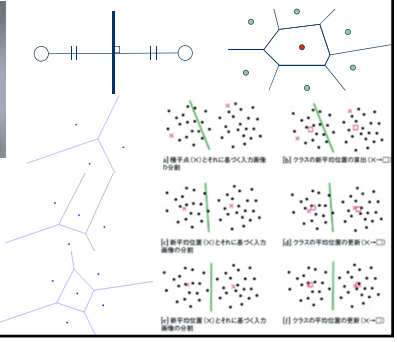
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

識別・分類・判別4

- ✓ k-means：平均で分ける⇒重心Voronoi図になる.
  - アルゴリズム：分割統治法・randomized incremental法・Lloyd法.



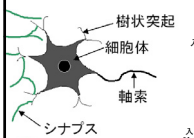


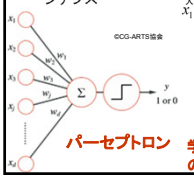


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

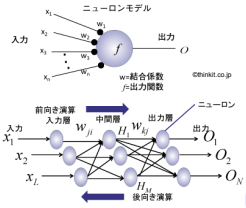
識別・分類・判別5

- ✓ ニューラルネットワーク：脳の学習と識別のメカニズムをシステム化. シナプス結合を形成した人工ニューロンが、学習によって結合強度を変化させ、問題解決能力を持つ.



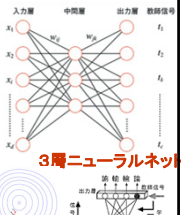


パーセプトロン

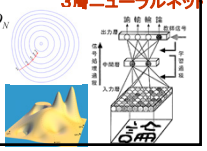


$$J = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{c}(z_k - t_k)^2 \rightarrow \min$$

学習：出力zと教師信号tの差の2乗の和を最小化する重みwを決める.



3層ニューラルネット



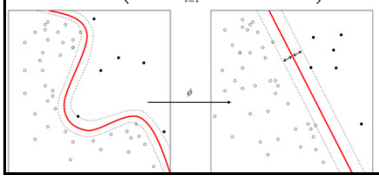
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

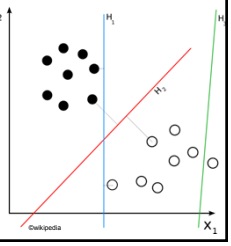
識別・分類・判別6

- ✓ SVM(Support Vector Machine)：データ点との距離が最大となる分離(超)平面を求める.
  - カーネル関数K(): 線形、多項式、放射基底関数など.
  - K()が線形ならラグランジュの未定乗数法や非線形(2次)計画法を使って計算.

$$\sum_{i=1}^{N}\alpha_i K(x_i, x) = \text{constant}$$

$$\min_{\mathbf{w},b}\max_{\alpha}\left\{\frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2 - \sum_{i=1}^{n}\alpha_i[y_i(\mathbf{w}\cdot\mathbf{x}_i - b) - 1]\right\}$$

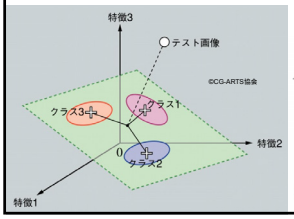


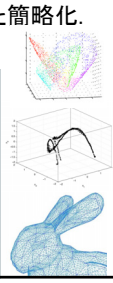


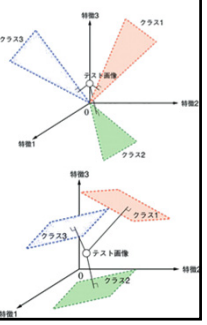
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

識別・分類・判別7

- ✓ 部分空間法：広すぎる特徴空間を簡略化.
  - 部分空間・射影の選び方で様々な方法がある.
  - 最も簡単な部分空間：主成分分析.
  - 関数展開した高周波基底のカット.
  - 空間の特徴を保持した簡略化.
  - Dimension Reduction.



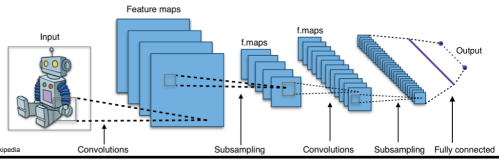




Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

特徴抽出＋識別・分類・判別8

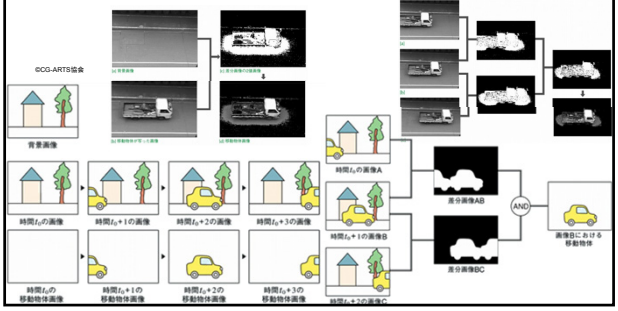
- ✓ ニューラルネットの復活：2010年代以降(Ciresan et al. CVPR'12)にCNN (Convolutional Neural Network)等のDeep Learning と呼ばれる方法群が注目されて現在主流の機械学習の枠組みとなっている。
  - 特徴抽出と識別・分類・判別を同時に行う、つまり、特徴も学習する方法群.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

動画のパターン認識

- ✓ 基本は静止画のパターン認識法を高次元として適用する:
  - 背景差分、オプティカルフロー、パーティクルフィルタ、確率論等.
- ✓ 背景・フレーム間差分：時間微分の差分近似.



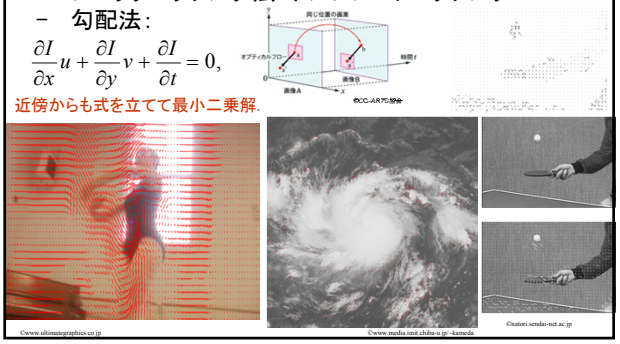
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

動画のパターン認識2

- ✓ オプティカルフロー: 移動物体の運動解析.
  - ブロックマッチング法：テンプレートマッチング.
  - 勾配法：

$$\frac{\partial I}{\partial x}u+\frac{\partial I}{\partial y}v+\frac{\partial I}{\partial t}=0,$$

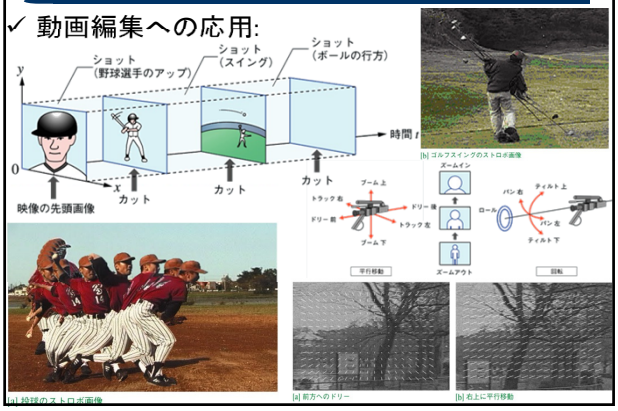
近傍からも式を立てて最小二乗解.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

動画のパターン認識3

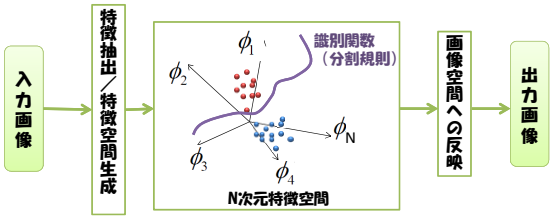
- ✓ 動画編集への応用:



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

まとめ

- ✓ パターン認識(領域抽出)は、特徴量の分類・識別.



- ✓ 目的に応じた特徴量の選択と計算方法の選択.
- ✓ 識別関数はSVMなどで可能な限り単純化するのが主流
  →部分空間やBag of Featuresなど特徴量の拡張で認識の問題を解く.
- ✓ 2010年代以降はCNNなどのDeep Learningが主流.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

研究事例: スライドはHPより.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

The End

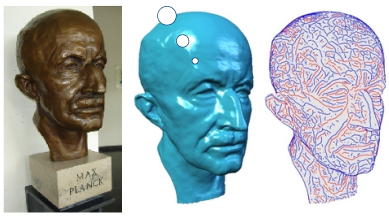
独立行政法人 理化学研究所

Thank you very much for your attention !

http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/

Questions ?

国立大学法人 東京農工大学
Tokyo University of Agriculture and Technology



Shin Yoshizawa

パターン認識の基礎
～研究事例～