情報デザイン専攻

画像情報処理論及び演習II

－フィルタ処理・エッジ強調－
特徴保存フィルタ

第7回講義
水曜日１限
教室6218

吉澤 信
shin@riken.jp, 非常勤講師
大妻女子大学 社会情報学部
独立行政法人 理化学研究所

今日の授業内容

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html
www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec18.pdf

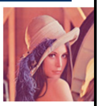
1. 特徴保存フィルタの基礎.
2. 非線形拡散(エッジ保存)、Bilateral(エッジ保存)フィルタ, Non-Local Means (パターン保存)フィルタ.
3. 演習：エッジ保存フィルタ.

今日の演習は第2回のレポートで出すので、
みなさん頑張ってくださいねーp(^^)q

復習：拡散方程式の離散計算

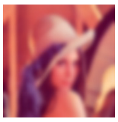
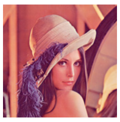
$$\frac{\partial I(x,y,t)}{\partial t} = \Delta I(x,y,t)$$

```
for(iteration){
    tmp = Filtering(I);
    I = tmp;
}
```



✓ 時間は、前進1次差分近似：epsilonは微小時間.

$$I^{n+1}(i,j) = I^n(i,j) + \varepsilon \Delta I^n(i,j)$$

 $=$  $+\ \varepsilon$ 

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

4連結

✓ 空間は(Laplace作用素の)中心2次差分近似:

$$\Delta I \approx I(x+1,y)+I(x-1,y)+I(x,y+1)+I(x,y-1)-4I(x,y)$$

$$\Delta I \approx I(x+1,y)+I(x-1,y)+I(x,y+1)+I(x,y-1)-6I(x,y)+ \\ +0.5(I(x+1,y+1)+I(x-1,y+1)+I(x+1,y-1)+I(x-1,y-1))$$

0.5	1	0.5
1	−6	1
0.5	1	0.5

8連結

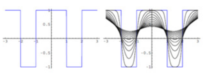
今日は特徴(エッジ・パターン)保存フィルタ

まず平滑化(Smoothing)とは何か？

✓ 畳み込みと平滑化：

Convolution Kernel: g

$$f*g = \int f(t)g(x-t)dt, \quad f,g \in C^\infty(\Re), \quad |x| \to \infty, f(x), g(x) \to 0.$$



Normalized Convolution:

$$\int f(t)g(x-t)dt \Big/ \int g(x-t)dt.$$

✓ 拡散方程式(偏微分方程式)と平滑化: 拡散方程式はフーリエ変換を用いると(ある境界条件の場合に)形式解が導ける！

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta h = \mathrm{div}(\mathrm{grad}(h(\mathbf{x},t))), \ \mathbf{x} \in \Re, t>0, h(\mathbf{x},0) = f(\mathbf{x}). \ G_a(b) = e^{-(b/a)^2}.$$

拡散方程式のフーリエ解は基本解と初期値の畳み込み:

$$h(\mathbf{x},t) = \int f(\mathbf{y})g(\mathbf{x}-\mathbf{y},t)d\mathbf{y} = \frac{1}{(4\pi t)^{n/2}} \int f(\mathbf{y}) G_{\sqrt{4t}}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)d\mathbf{y}$$

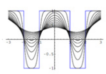
拡散の時間変化＝Gaussianフィルタの標準偏差パラメータ変化

つまり平滑化(Smoothing)とは何か？

✓ 変分問題と平滑化：ディリクレエネルギーの最小化：

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta h, \quad t \to \infty \Rightarrow \Delta h = 0.$$ with appropriate boundary condition.

Dirichletエネルギー最小化問題： $\int |\nabla h|^2 \to \min.$



✓ 周波数領域での平滑化:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u, \quad u(x,0) = h(x), \quad 0 \le x \le l, \quad u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad x, u(x,t) \in \Re.$$

Fourier解： $u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \exp(-\frac{k^2\pi^2}{l^2}t)\sin\frac{k\pi}{l}x, \quad b_k = \frac{2}{l}\int_0^l h(y)\sin\frac{k\pi}{l}y dy.$

$t \to \infty$ 高周波ほど急激に減少.

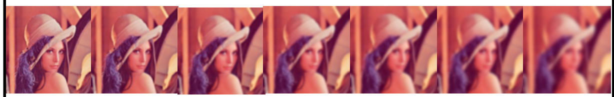
Gaussian フィルタ = Laplacian Smoothing =拡散・熱伝導方程式の解=Dirichletエネルギーの最小化~高モードFourier係数の0への置き換え=Low Pass Filter.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

標準偏差と時間変化

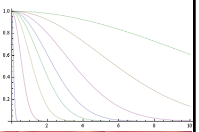
$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \Delta I(\mathbf{x},t), \quad t \to \infty$$

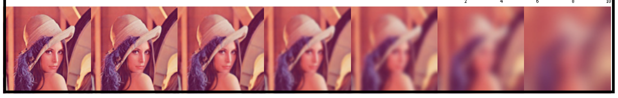
拡散度合＝時間経過＝Gaussianフィルタの標準偏差



$$I(\mathbf{x},\sigma) = \int g_\sigma(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad \sigma \to \infty$$

$$g_a(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2a^2}}$$





Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

エッジ保存フィルタ：非線形拡散

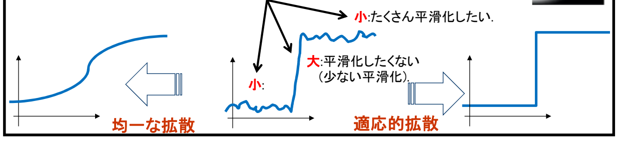
✓ GradientのDivergenceはLaplacian:

$$\mathrm{div}\ \nabla = \Delta \qquad \mathrm{div}\ (c\nabla I):$$

cは拡散係数(普通は位置(u,v)や輝度値I(u,v)に依存しない定数).

✓ 非線形(異方性)フィルタ(Nonlinear Diffusion): 拡散係数cを異方的に考える＋エッジの大きさ(勾配強度)が大きい方向には平滑化しない.

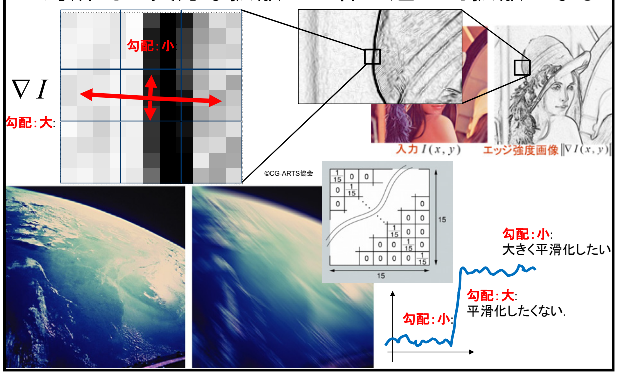
$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\ (c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ2

✓ 局所的に異方な拡散→全体で適応的拡散になる:



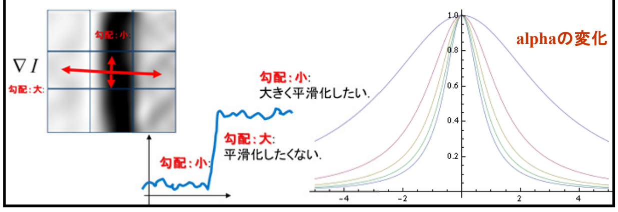
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ3

✓ 非線形拡散係数(関数)は例えば、

$$c(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \text{ や } c(x) = \frac{1}{1+\alpha x^2} \text{ をよく使う.}$$

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\ (c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ3

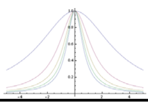
✓ 非線形(異方性)フィルタの離散化: 最も簡単な前進差分の陽解法では…

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\ (c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$

$$I^{n+1}(i,j) = I^n(i,j) + \varepsilon \frac{1}{C}\sum_{l=-1}^{l=1}\sum_{m=-1}^{m=1} c_{lm}\left(I^n(i+l,j+m) - I^n(i,j)\right)$$

$$c_{lm} = \frac{1}{1+\alpha|\nabla I|^2} \qquad |\nabla I| \approx |I(i+l,j+m) - I(i,j)|$$

$$C = \sum_{l=-1}^{l=1}\sum_{m=-1}^{m=1} c_{lm}$$



もし $c_{lm}=1$ 又は(輝度値に依存しない)定数なら普通の拡散方程式.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ4

非線形拡散フィルタ5

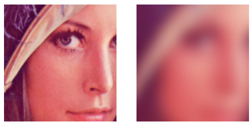
$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}(c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t)), \quad t \to \infty$$

画像処理での平滑化

- ✓ Linear Diffusion (Gaussianフィルタ): Gabor 1960.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \Delta I(\mathbf{x},t),$$

$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y},$$



- ✓ Anisotropic (Nonlinear) Diffusion: P. Perona and J. Malik, IEEE PAMI, 1990.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = div(g_{\sigma}(|\nabla I(\mathbf{x},t)|^2)\nabla I(\mathbf{x},t)), \quad g_a(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2a^2}}$$

- ✓ Total Variation: L. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, Physica D, 1992.

$$\arg\min_{I^{new}} \lambda \int_{\Omega} \phi(|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|) d\mathbf{x} + \frac{1}{2}\int_{\Omega} |g_{\sigma} * I^{new}(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x}$$

$$\Rightarrow \lambda \, \mathrm{div}\left(\frac{\phi'(|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|)}{|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|} \nabla I^{new}(\mathbf{x})\right) = (g_{\sigma} * I^{new}(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})) * g_{\sigma}(-\mathbf{x})$$

Bilateralフィルタとは？

Gaussian Filter ⇐ **Input** ⇒ **Bilateral Filter**

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) \qquad Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{g_h(|I(\mathbf{x})-I(\mathbf{y})|)}_{\text{Intensity (Tonal) Kernel}} \underbrace{g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}_{\text{Spatial Kernel}}$$

$$g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$

Spatial-Tonal Normalized Convolution:

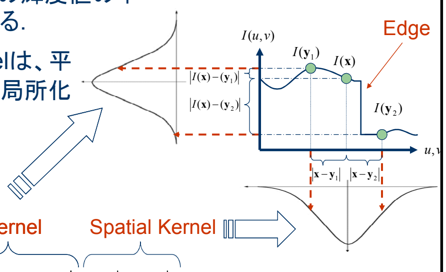
$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \Big/ \int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) d\mathbf{y},$$

エッジ特徴を保存する！

なぜエッジを保存するのか？

- ✓ Intensity Kernelは、エッジの境界を跨いでの輝度値の平滑化を抑制する.
- ✓ Spatial Kernelは、平滑化の影響を局所化する.

$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \frac{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) d\mathbf{y}}, \quad g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$



$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{g_h(|I(\mathbf{x})-I(\mathbf{y})|)}_{\text{Intensity Kernel}} \underbrace{g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}_{\text{Spatial Kernel}}$$

Bilateralフィルタのパラメータ

- ✓ 目的に応じて二つのパラメータを調節: sigmaはGaussianフィルタや拡散方程式(微小時間×繰り返し回数)と同じ影響. hは保存したいエッジの大きさに依存.

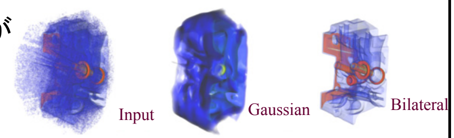
$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(|I(\mathbf{x})-I(\mathbf{y})|) g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$

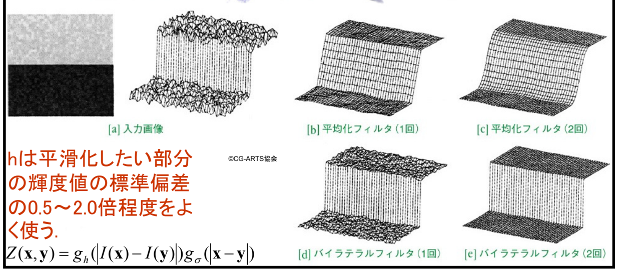
σ / h → h Intensity parameter

σ Spatial parameter

Bilateralフィルタ

- ✓ 数回適用が良い結果:





hは平滑化したい部分の輝度値の標準偏差の0.5〜2.0倍程度をよく使う.

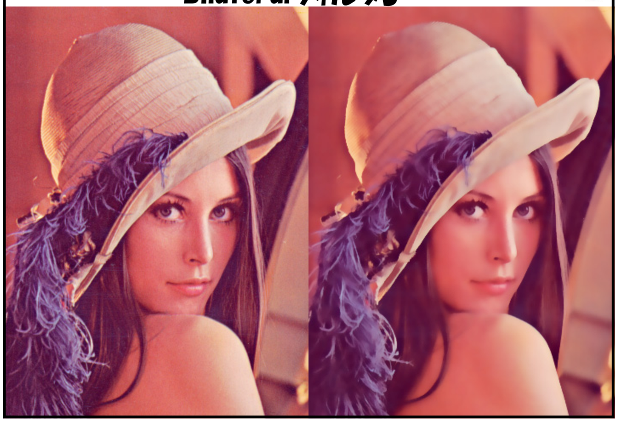
$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(|I(\mathbf{x})-I(\mathbf{y})|) g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Bilateralフィルタ2

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Bilateralフィルタ3



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Color Bleeding

- ✓ 多次元(Color)のフィルタで、RGB各色チェンネル毎に異なるパラメータで処理すると、カラーが混ざってしまう.
  - RGB毎に同じパラメータでフィルタを適用する.
  - カラーの勾配を用いる＝距離をカラー空間で測る.

$$|I(\mathbf{x})-I(\mathbf{y})| \rightarrow \begin{vmatrix} R(\mathbf{x})-R(\mathbf{y}) \\ G(\mathbf{x})-G(\mathbf{y}) \\ B(\mathbf{x})-B(\mathbf{y}) \end{vmatrix} \qquad |\nabla I(\mathbf{x})| \rightarrow \begin{vmatrix} \nabla R(\mathbf{x}) \\ \nabla G(\mathbf{x}) \\ \nabla B(\mathbf{x}) \end{vmatrix}$$

↓色が混ざって緑が出現.

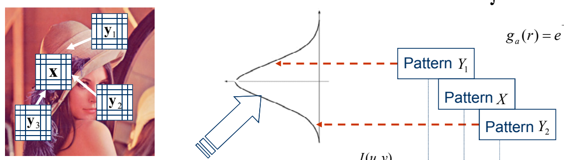
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

パターン保存フィルタ(NL-Means)

- ✓ Non-Local (NL-) Meansフィルタ: A. Buades, B. Coll, and J.-M. Morel, 2004.
- ✓ Similarity Kernelは、パターンの境界を跨いでの輝度値の平滑を抑制する.

$$I^{\text{new}}(\mathbf{x}) = \frac{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) d\mathbf{y}},$$

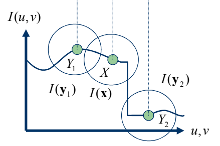
$$g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$



重みは局所画像の相似度:Similarity Kernel

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(\text{Distance}(X,Y)) = g_h(D(x,y)^{\frac{1}{2}}),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{\int_{\Re^l} g_\sigma(\mathbf{t}) |I(\mathbf{x}-\mathbf{t}) - I(\mathbf{y}-\mathbf{t})|^2 d\mathbf{t}}_{\text{相互相関(Gaussian Cross-Correlation)}}$$



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

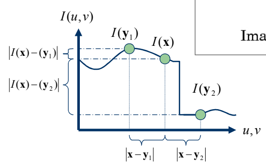
相似度？: Bilateral vs. NL-Mean

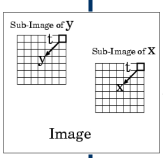
Bilateralフィルタ

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(D(\mathbf{x},\mathbf{y})) g_\sigma(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = |I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|$$

二つの画素の輝度値間(距離)

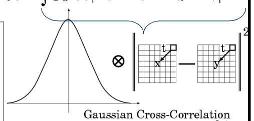




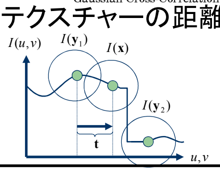
Non-Local Meansフィルタ

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(D(\mathbf{x},\mathbf{y})^{\frac{1}{2}}),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \int g_\sigma(\mathbf{t}) |I(\mathbf{x}-\mathbf{t}) - I(\mathbf{y}-\mathbf{t})|^2 d\mathbf{t}$$

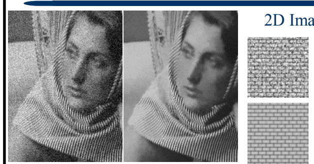


テクスチャーの距離

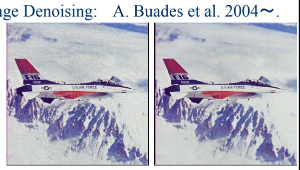


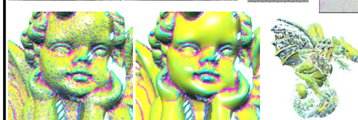
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

ビデオや3次元形状(Mesh)への拡張



2D Image Denoising:　A. Buades et al. 2004～.

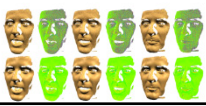


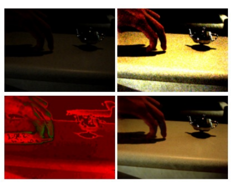


3D Mesh Smoothing:　S. Yoshizawa et al. 2006.

Time-Varying Range Images Filter:

O. Schall et al. 2006.



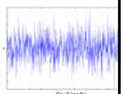


Video Enhancement (3D Image):
E. Bennett and L.McMillan, 2005.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

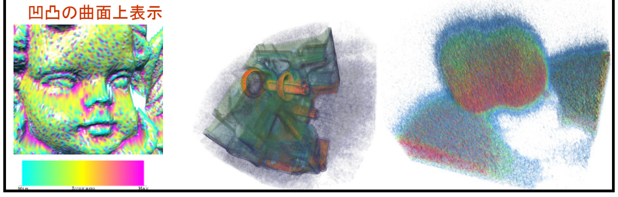
復習:ノイズ

- ✓ 計測・観察によって得られるデータは通常ノイズを含む.
- ✓ 加算性白色ガウスノイズは自然界の雑音を良く近似する.
  - ✓ 最小二乗的に最適なノイズ除去法はWiener Filter.
  - ✓ 理想フィルタは原信号のパワースペクトルが必要…
  - ✓ 複雑な計測・観察データでは実用上「平滑化法」.


©wikipedia

実測データにおける装置による雑音の例

凹凸の曲面上表示

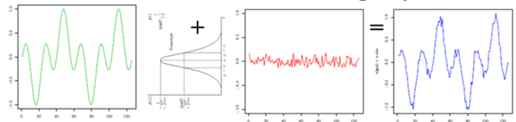


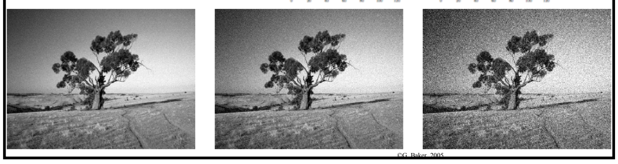
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Signal-to-Noise Ratio (SN比)

✓ ノイズと元信号の比: Peak-SNR (色々な定義あり): e.g.

- 小さい=ノイズが多い. $\mathrm{PSNR} = -10\log_{10}\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{f_j - I_j}{\max(f_j, I_j)}\right)^2\right)$
- 大きい=ノイズが少ない. $I = g * f + n$



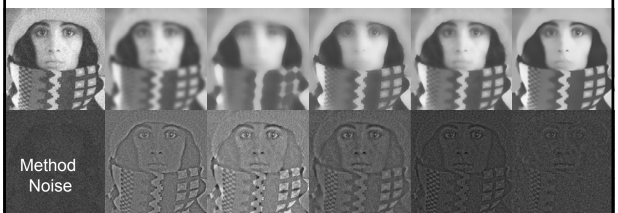

©G. Baker, 2005

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Statistical Analysis of Signal-to-Noise Ratio

✓ Method Noise: 入力から出力を引いた画像. 特徴が出ていれば使ったFilterがノイズのみでなく, 入力画像の特徴を消している. Signal-to-Noise Ratioの空間表現.

$$I(\mathbf{x})^{\text{noisy}} - I^{\text{smoothed}}(\mathbf{x})$$

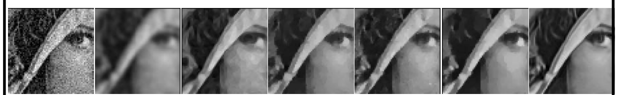


Input Gaussian Median Yaroslavsky Bilateral NL-Means

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

様々なノイズ除去法の比較

✓ Gaussian, Anisotropic, Total Variations.



Noisy Input Gaussian Anisotropic TV1 TV2 TV3 NL-Mean

©A. Buades et al. 2004.

✓ Wiener Filters, Wavelet thresholds.

Noisy Input, Fourier-Wiener, DCT-Wiener, Wavelet Hard, Wavelet Soft, Translation invariant Wavelet hard, NL-Mean

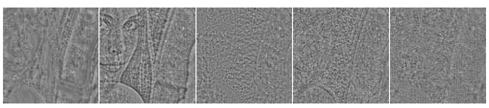
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

様々なノイズ除去法の比較2

✓ Method Noise: $I(\mathbf{x}) - I^{\text{new}}(\mathbf{x})$

Original Gaussian Anisotropic TV1 TV2 TV3

©A. Buades et al. 2004.



Neighborhood, Wavelet Soft, Wavelet Hard, DCT-Wiener, NL-Mean

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習: エッジ保存フィルタ

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec18.pdf

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Ex12.zip

✓演習18-1: 非線形拡散方程式によるエッジ保存フィルタの作成.

✓演習18-2: Bilateralフィルタの作成.

↑はReport06の内容です。

前回・前々回(Lec16.pdf, Lec17.pdf)の演習が出来ていない人はそちらを先にやりましょう！

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習18－1

- 非線形拡散方程式によるエッジ保存平滑化フィルタの作成: Ex12.zip内のNonlinearDiffusionColor.cxxの中にあるコメントに従ってフィルタを作成しましょう.
- 微小時間epsilon=0.25、エッジの重みalphaは0.1と0.01で繰り返し10,50,100で実行してみましょう(6種類).

$$c = \frac{1}{1 + \alpha |\nabla I|^2}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習18－2

- Bilateralフィルタの作成: Ex12.zip内ColorBilateralFilter.cxxの中にあるコメントに従ってフィルタを作成しましょう.
- Spatial Kernelの標準偏差sigma=10.0、25.0、Intensity Kernelの標準偏差h=1.0×(画像全体のグレースケールの標準偏差)を0.1、0.2、0.5と、畳み込み半径10で実行してみましょう(6種類).

sigma=10.0　h=0.15　　sigma=10.0　h=0.5

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

来週の予定

- フィルタ処理の続き＋第6回レポートの説明.