

情報デザイン専攻

# 画像情報処理論及び演習I -デジタル画像の表現と応用- アフィン変換と画素値の補間2

**第6回講義**  
吉澤 信  
[shin@riken.jp](mailto:shin@riken.jp), 非常勤講師  
教室6218情報処理実習室  
大妻女子大学 社会情報学部





Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 今日の授業内容

---

[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html)  
[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec06.pdf](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec06.pdf)  
[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Ex02.zip](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Ex02.zip)

↑ Ex02.zipを保存→展開してください。

**① アフィン変換の演習.**





レポート第2回の内容なので頑張ってくださいねーp(^ ^)q !

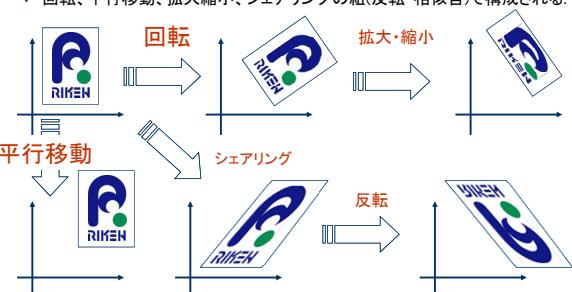


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習:アフィン変換とは?

---

- ✓ アフィン変換(Affine Transformation)は既知の行列  $A$  とベクトル  $t$  を用いて座標変換  $y = f(x) = Ax + t$  により点  $x$  を点  $y$  へ写像:
- ✓ Collinearityを保存・直線は必ず直線に写像される。
- ✓ 回転、平行移動、拡大縮小、シェーリングの組(反転・相似含)で構成される。



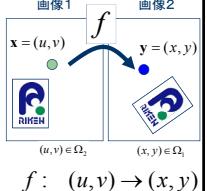
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習:アフィン変換とは?

---

- ✓ アフィン変換(Affine Transformation)は既知の行列  $A$  とベクトル  $t$  を用いて座標変換  $y = f(x) = Ax + t$  により点  $x$  を点  $y$  へ写像:
- ✓ 2次元では、  

$$\mathbf{y} = (x, y), \mathbf{x} = (u, v), \mathbf{t} = (b_1, b_2), A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},$$
 とすると、アフィン変換は以下の様に書ける。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$


- ✓ 厳密には平行移動がある形式は線形変換ではないが、齊次座標系で表すと線形変換となる。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Ex02内のファイル

---

- ✓ ppmio.h, pgmio.h, SimpleImage.h
- ✓ Scaling.cxx: ppm画像拡大縮小用ソースコード.
- ✓ Rotation.cxx: ppm画像回転用ソースコード.
- ✓ Shearing.cxx: ppm画像シェーリング用ソースコード.
- ✓ affine.h: アフィン変換用関数(コレを編集).
- ✓ interpolation.h: 補間用関数.
- ✓ Makefile: 端末にて「make」でコンパイル！
  - g++のオプションや実行ファイル名の指定、ソースコードのファイル名が記述してある。
  - emacsでMakefileを開いてみましょう！

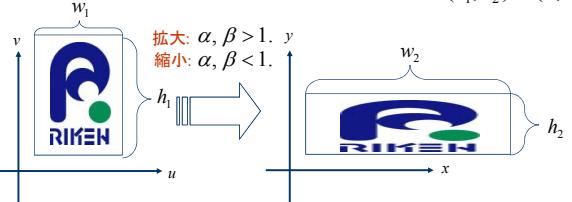
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習:拡大・縮小1:Scaling

---


$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

- ✓ X-スケーリング・ファクター:  $\alpha = w_2 / w_1$ .
- ✓ Y-スケーリング・ファクター:  $\beta = h_2 / h_1$ .
- ✓ 平行移動ベクトルはゼロベクトルになる:  
 $\mathbf{t} = (b_1, b_2) = (0, 0)$ ,



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### プログラム例:拡大縮小

- ✓ 2次元配列A[2][2]にScaling行列をセットする関数を作つてみよう！

Ex02/affine.h内の…

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

```
void Scaling(double A[2][2], double xfac, double yfac){
    A[0][0] = xfac;
    A[0][1] = A[1][0] = 0.0;
    A[1][1] = yfac;
}
```

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 復習:シェアリング3:Shearing

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_s \\ \beta_s & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

- ✓ X-シェア・ファクター:  $\alpha_s$ .
- ✓ Y-シェア・ファクター:  $\beta_s$ .
- ✓ 平行移動ベクトルはゼロベクトルになる:  $\mathbf{t} = (b_1, b_2) = (0, 0)$ ,

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### プログラム例:シェアリング

- ✓ 2次元配列A[2][2]にShearing行列をセットする関数を作つてみよう！

Ex02/affine.h内の…

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_s \\ \beta_s & 1 \end{pmatrix}$$

```
void Shearing(double A[2][2], double xfac, double yfac){
    A[0][0] = A[1][1] = 1.0;
    A[0][1] = xfac;
    A[1][0] = yfac;
}
```

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 復習:回転1:Rotation

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

- ✓ 回転行列:  $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ ,
- ✓ 平行移動ベクトルはゼロベクトルになる:  $\mathbf{t} = (b_1, b_2) = (0, 0)$ ,
- ✓ 回転角:  $\theta$ ,

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### プログラム例:回転

- ✓ 2次元配列A[2][2]に回転行列をセットする関数を作つてみよう！

注意1: cos(), sin()はmath.hをインクルードしてコンパイルのときには最後に'-lm'が必要。絶対値を取る関数fabs(), abs()も同様。  
注意2: math.hに入っている三角関数は弧度法(ラジアン)なので…

```
void Rotation(double A[2][2], double theta){
    double rad = (theta * PI) / 180.0;
    A[0][0] = A[1][1] = cos(rad);
    A[0][1] = -sin(rad);
    A[1][0] = -A[0][1];
}
```

Ex02/affine.h  
内の…

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 復習:順変換と逆変換4

入力と出力の画像サイズが違うとき:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{c}_{out} - \mathbf{t}) + \mathbf{c}_{in},$$

逆変換:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - c_{out}^x - b_1 \\ y - c_{out}^y - b_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{in}^x \\ c_{in}^y \end{pmatrix}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 演習:アフィン変換

✓ 中心で逆変換をする関数を作つてみよう！

Ex02/affine.h内に既にあります。

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{c}_{out} - \mathbf{t}) + \mathbf{c}_{in},$$

```
void AffineTransformation_BW(double inX[2],double A[2][2],
    double ci[2],double co[2], double t[2], double outX[2]){
    double tmp1[2],tmp2[2],tmp3[2];
    double mt[2]; mt[0] = -(co[0]+t[0]); mt[1] = -(co[1]+t[1]);
    Translate(inX,mt,tmp1);
    Vector_Matrix_Multiplication_Inverse(tmp1,A,tmp2);
    Translate(tmp2,ci,outX);
}
```

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 重要:補間法実装

✓ Ex02/interpolation.hに

- 最近傍法: NearestNeighbor(...)
- 線形補間法: LinearInterpolation(...)
- 3次補間法: CubicInterpolation(...)

が実装されているのでよく見ておいてください。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 演習: 実際に逆変換をしてみる！

✓ 各Scaling.cxx, Rotation.cxx, Shearing.cxxのmain内以下に注目！

変換後の画像サイズを計算する関数setNewSize()はEx02/affine.h内に既にあります。

```
double uv[2],xy[2];
for(i=0;i<out->sy;i++){ uv[1] = ((double)(i));
    for(j=0;j<out->sx;j++){ uv[0] = ((double)(j));
        AffineTransformation_BW(uv,A,t,centerIn,centerOut,xy);
        out->img[i][j] = CubicInterpolation(in,xy);
    }
}
```

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 演習: 実際に逆変換をしてみる！

makeの後にScaling, Rotation, Shearingを動かしてみましょう！('make clean'で実行ファイルを削除可能)。

- ✓ ./Scaling 入力ppm 出力ppm xの倍率 yの倍率  
例: ./Scaling lena.ppm lena\_scale.ppm 0.75 2.5
- ✓ ./Shearing 入力ppm 出力ppm xの比率 yの比率  
例: ./Shearing lena.ppm lena\_shearing.ppm 0.75 2.5
- ✓ ./Rotation 入力ppm 出力ppm 回転角度  
例: ./Rotation lena.ppm lena\_rotate.ppm 60.0

↑ は3次スプライン補間を用いた逆変換でアフィン変換が実装されています。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 次回の予定

✓ 目標: 大津法がプログラミング出来る様になる！

### 内容(7-9): 領域抽出特に大津法・ラベリング

1回
2回
3回
4回
5回 アフィン変換・補間
6回
7回
8回 <b>領域抽出</b>
9回
10回
11回
12回
13回
14回
15回

**基礎**

**二値化**   **多値化**   **ラベリング**

©S. Yoshizawa, RIKEN