

情報デザイン専攻

# 画像情報処理論及び演習I

## -図形・幾何・パターン-

### 幾何形状・パターン認識の基礎

第13回講義  
水曜日 1限  
教室 6218

吉澤 信  
shin@riken.jp, 非常勤講師  
大妻女子大学 社会情報学部

独立行政法人  
理化学研究所

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 今日の授業内容

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html  
www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec13.pdf

1. 図形検出
2. 幾何形状の基礎
3. パターン認識の基礎

レポート3の採点結果を  
取りに来てください。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 形状検出

- ✓ 特徴点・コーナー点・エッジの抽出は勾配やHessian等の微分オペレータを近似して、その固有解析や極値探索を行うのが基本。
- ✓ 円や楕円等の簡単な形状は関数のフィッティングを行うのが基本。
- ✓ 一般の形状検出は曲面再構成等の補間法の問題。

非常に沢山の方法があるので今回は代表的な方法だけ紹介。

Feature detector	Edge	Corner	Area
Sobel	X		
Canny	X		
Hough			X
Hough & Primitives / Primitives			X
FAST	X		
MSER			X
MSER++			X
MSER++ (with corner)			X
MSER++ (with corner & area)			X
MSER++ (with corner & area & shape)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase & amplitude)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase & amplitude & energy)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase & amplitude & energy & entropy)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase & amplitude & energy & entropy & information)			X
MSER++ (with corner & area & shape & color & texture & motion & depth & saliency & focus & contrast & curvature & orientation & frequency & phase & amplitude & energy & entropy & information & knowledge)			X

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## テンプレートマッチング

- ✓  $T, I = T(i, j), I(i, j)$ を並べたベクトル.  $R_{SAD} = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} |I(i, j) - T(i, j)|$
- ✓ SAD=市街地距離.  $R_{SSD} = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (I(i, j) - T(i, j))^2$
- ✓ SSD=ユークリッド距離の2乗.
- ✓ NCC(正規化相互相関)=正規化されたベクトルの内積=なす角の余弦.  $R_{NCC} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} I(i, j)T(i, j)}{\sqrt{(\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} I(i, j)^2) \times (\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} T(i, j)^2)}}$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## テンプレートマッチング2

- ✓ ZNCC(相互相関係数):  $R_{ZNCC} = \frac{\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (I(i, j) - \bar{I})(T(i, j) - \bar{T})}{\sqrt{(\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (I(i, j) - \bar{I})^2) \times (\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} (T(i, j) - \bar{T})^2)}}$
- ✓ 画素単位で求められた相速度をフィッティング関数で補間し、フィッティング関数の最小を与える位置をサブピクセルで求める方法もある。

where  $\bar{I} = \frac{1}{MN} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} I(i, j)$   
 $\bar{T} = \frac{1}{MN} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{M-1} T(i, j)$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## コーナー検出(Harris)

- ✓ Harrisの方法: 共役計量の固有値を使って凹凸を検出.

$$C = \nabla I \nabla I^T = \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_x & I_y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} I_x^2 & I_x I_y \\ I_x I_y & I_y^2 \end{pmatrix}$$

- ✓ ガウス関数の重み付平均を使う.

$$M = \begin{pmatrix} G_x(I_x^2) & G_x(I_x I_y) \\ G_x(I_x I_y) & G_x(I_y^2) \end{pmatrix} = G_x(\nabla I \nabla I^T)$$

$$\approx \sum_{i,j} w_{i,j} \nabla I(i, j) \nabla I(i, j)^T = \sum_{i,j} w_{i,j} \begin{pmatrix} I_x(i, j)^2 & I_x(i, j) I_y(i, j) \\ I_x(i, j) I_y(i, j) & I_y(i, j)^2 \end{pmatrix}$$

det(M): ガウス曲率の近似.  
trace(M): 平均曲率の近似.

det(M)/trace(M)やdet(M)-k\*trace(M)など.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## コーナー検出(Harris)2

$R = \lambda_1 \lambda_2 - k(\lambda_1 + \lambda_2)^2 = \det M - k(\text{trace}(M))^2$

- $\lambda_1, \lambda_2 \Rightarrow$  近傍における勾配(方向)の広がり:
  - 勾配が一つの方向に揃っていれば, 0.
  - 様々な方向に広がっていれば, 大きな値.
- $(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \Rightarrow$  近傍の勾配の和の大きさ:
  - $\lambda_1 + \lambda_2 = \text{trace}(M) = G_x(I_x^2) + G_y(I_y^2)$
  - $k$ は, これらの二つ値の調整.

✓  $R$ が大きいところ=輝度分布に大きな凹凸.  
 ✓ 局所的に $R$ が最大になるところがコーナー.

←通常非常に沢山のコーナー点が検出されるので、閾値処理などで顕著な点だけを使う(SIFT等).

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Blob(小塊)検出(LoG)

✓ Laplacian of Gaussian (LoG): メキシカンハット:

- エッジ=ラプラシアン of ゼロ交差: 極値探索.
- ノイズを強調してしまう.
- ガウシアンフィルタで平滑化してからラプラシアンを計算.
- この二つのフィルタは次式でまとまる.

$$h_{\log}(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{2\pi\sigma^6} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

✓ 局所的に円を作成し最適化等の後処理でBlobを検出.  
 ✓ 通常スケールスペース等と一緒に使う.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Blob(小塊)検出(LoG)2

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## エッジ検出(LoG)

✓ Marr-Hildreth法:  
LoG+ゼロ交差検索.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## LoG:周波数領域

**空間**  $h_{\log}(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{2\pi\sigma^6} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$

**周波数**  $H_{\log}(u, v) = -4\pi^2(u^2 + v^2) \exp(-2\pi^2\sigma^2(u^2 + v^2))$

$f * g = F^{-1}[F[f]F[g]]$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Canny Edge検出

✓ Cannyアルゴリズムの処理手順:

- ノイズ低減と微分.
- 勾配の最大方向の検出.
- 閾値処理.

$g(x, y) = \sqrt{G_x(f(x, y))^2 + G_y(f(x, y))^2}$   
 $d(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{G_y(f(x, y))}{G_x(f(x, y))}\right)$

✓ 勾配方向に沿って、勾配は局所最大か否かをチェック(非最大エッジ抑制).

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Canny Edge検出2

✓ 単純な閾値処理:

✓ エッジが途切れる問題があるので,

©H. Suzuki, U. Tokyo

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Canny Edge検出3

Sobel Filter      Canny Filter

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 図形検出: ハフ変換

✓ 抽出されたエッジは不連続, 誤検出があるので, その様な結果から形状を検出する方法.

**xy画像空間では直線だが, abパラメータ空間では点になる**

✓ **ab空間の直線上の各点は, それぞれxy空間で, この点●を通る直線に対応.**

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 図形検出: ハフ変換2

✓ **ハフ変換の原理:**

- xy空間上の直線を構成している点群の各点をab空間に写像すると, それらの直線は唯一の点で交差する.
- 逆に, このような交点を検出すると, (直線が干切れていても交差するから) xy空間での直線が定まる.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 図形検出: ハフ変換3

©R. Fisher, S. Perkins, A. Walker, & E. Wolfart

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 図形検出: ハフ変換4

©R. Fisher, S. Perkins, A. Walker, & E. Wolfart

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 図形検出:ハフ変換5

1. エッジ検出を行い、閾値処理により2値画像を用意する。
2.  $ab$ 空間をセルに分割する。セルの値をゼロしておく。
3. 線の候補となる画素を $ab$ 空間に写像し、その直線の通るセルに関してはセルの値を1増やす。(投票)
4. 全ての候補についてステップ2を行う。通過回数が記録される。これを投票度数と言う。
5. 投票度数の大きなセルを探索する。これが $xy$ 空間の直線に対応する。

©H. Suzuki, U. Tokyo.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 図形検出:ハフ変換6

[a] 入力画像 [b] エッジ検出結果 [c]  $a, b$ パラメータ空間への投票結果 [d] 線の検出結果

©CG-ARTSラボ

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 図形検出:ハフ変換7

✓ 円検出の場合はパラメータは3つ。  
✓ 一般化ハフ変換もある

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

[a] 入力画像 [b] エッジ検出結果 [c] 1セントコイン(銅)に対する投票結果 [d] 25セントコイン(銀)に対する投票結果 [e] 検出結果

©CG-ARTSラボ

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 円検出(緩和法)

• 処理の流れ

- 画像の2値化
- 初期値計算
- 反復演算
- 円のクラスタリング

• 初期値計算

- 投票に用いるパラメータ
- $r$ は中心座標、半径
- $a, b$ は中心座標、半径
- $r$ は中心座標、半径

• 反復演算

- $r$ は中心座標、半径
- $a, b$ は中心座標、半径
- $r$ は中心座標、半径

• 円のクラスタリング

- $r$ は中心座標、半径
- $a, b$ は中心座標、半径
- $r$ は中心座標、半径

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 円検出(緩和法)2

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 今日の授業内容

[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html)  
[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec13.pdf](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec13.pdf)

1. 図形検出
2. 幾何形状の基礎
3. パターン認識の基礎
  1. 特徴抽出
  2. 認識・識別・学習
  3. ビデオのパターン認識

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 形状モデリングとは？

✓ 幾何学全般を基にコンピュータで形状を処理・解析する技術・方法・アルゴリズム.

©RIKEN

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 関連学問分野 in Computer Science

1次元: 信号・音声処理 数値解析

コンピュータ・ビジョン(CV) 3次元再構成  
コンピュータ・グラフィクス(CG) オブジェクト表現

形状モデリング → 様々な応用: 情報学・工学・自然科学

パターン認識 形状識別・認知・分類  
CAD/CAGD  
画像処理 フィルタ・領域・合成

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 形状モデリングの応用先

✓ 多様→特に計算工学等の「ものづくり」とゲーム・映画等の「デジタル・エンターテインメント」での応用.

設計: CAD  
製造: CAM  
計測: CAT  
シミュレーション: CAE

© New Line Productions, Inc.  
© Square-Enix

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 形状 = 補間・補外結果 = 解多様体

✓ なぜCS以外でも幅広い応用があるのか？

- データ点の補間・補外や物理・工学方程式の解曲線・解曲面(熱拡散方程式, 波動方程式やナビア・ストークス方程式の等温度線や等速度面等).

補間

$y = f(x)$

補間曲線  $y = f(x)$

$x_k$  での  $y$  の値は？

©Y. Okita, 2011  
©N. Thrun et al., SIGGRAPH 2010  
©Wikimedia

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 現実世界の形状データ

✓ なぜCS以外でも幅広い応用があるのか？

- データ取得技術(Kinect, PS Move, 共焦点レーザー顕微鏡, VIVID, 4D CT等)の発展により現実世界のデータに基づく解析.

©Zhuo  
©Wikimedia

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 形状の表現方法

✓ 連続で滑らかな形状は微分可能な多様体(Manifold): ある一点の近傍がopen unit ball(曲面の場合はdick)と同相.

	陽関数 (Explicit)	陰関数 (Implicit)	媒介変数 (Parametric)
2D曲線 (1D多様体)	$y = f(x)$	$f(x, y) = 0$	$\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$
3D曲面 (2D多様体)	$z = f(x, y)$	$f(x, y, z) = 0$	$S(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$
(d+1)超曲面 (dD多様体)	$x_{d+1} = f(\mathbf{x})$	$f(\mathbf{x}, x_{d+1}) = 0$	$\mathbf{r}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{d+1}(t))$
例: 円	$y = \pm\sqrt{r^2 - x^2}$	$x^2 + y^2 - r^2 = 0$	$\mathbf{r}(t) = (r \cos(t), r \sin(t))$

$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_d\}$        $\mathbf{t} = \{t_1, t_2, \dots, t_d\}$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 位相(Topology)

✓ 同位相: 連続変形で変換可能である事:

- 球、平面、トーラス等はそれぞれ異なる位相.
- 穴(境界)の数、ハンドル(トーラス)の数等で分類.

異なる位相

→のコップとトーラスは同位相

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 媒介変数表示の代表的な例

✓ スプライン: ベジエパッチ、B-Spline、NURBS、エルミート、グレゴリーパッチ、Coonsパッチ、T-Spline... 数百!

一から形状を作っていくには良いが与えられた任意形状(現実世界のデータ)をSplineに変換するのは難しい.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 陰関数モデリングが適している応用

✓ 表面再構成、モーフィング、Constructive Solid Geometry等.

Moving-LS, RBF, Convolution Surfaces, MPU, SLIM,...

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 点群曲面表現

✓ 曲面の近似(Point-Set Surfaces):

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 拡張・離散表現

✓ 多様体の近似:

- メッシュ(三角、四角): 一次近似.

✓ 多様体の拡張(非多様体):

- Simplicial Complex(単体的複体).
- CW-Complex: Medial Axis等.

境界

接触円

境界との接点 x

xでの厚み

中心軸

接触円

$k = \frac{1}{R}$

法線  $n(t)$

接線  $t(t)$

曲率法線  $k(t)n(t)$

曲率プロファイル

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 曲線の曲率

✓ 曲率(Curvature):

$$k(t) = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}$$

曲線の曲率の定義

法線  $n(t)$

接線  $t(t)$

曲率法線  $k(t)n(t)$

曲率プロファイル

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 曲線曲率の応用先

Curves, lattice cut, Cams, lattice cut, Smooth helix/body color - solidtan, Crown multi color color, Ball-end Milling Machine Manufacturing, Image Processing: Object Detection, Visualization: Coffee Cup Caustics, Geology: Road Design, Map etc.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 曲率の極値、法線の包絡線、縮閉線、中心軸、ポロノイ図、オフセット、 & 距離場

✓ 曲率の極値と距離場？

距離場: Distance Function

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 定理: 縮閉線、接触円、法線の包絡線

✓ 縮閉線は接触円中心の軌跡である。

✓ 縮閉線は法線群の包絡線である。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 定理: 縮閉線、オフセット、曲率の極値

✓ オフセット曲線群の特異点集合は縮閉線である。

✓ 縮閉線のカusp(特異点)は曲率の極値に対応する。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 定理: 中心軸、内接円、ポロノイ図

✓ 中心軸(Medial Axis)はinner bitangent circles (Maximal Empty Balls)中心の軌跡である。

✓ 中心軸はポロノイ図の滑らかな曲線への一般化である。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 定理: 中心軸、距離関数の極値、オフセットの交差

✓ 中心軸は距離場のレベルセットが極値となる点の集合である。

✓ Gradient of the distance function vanishes on the medial axis.

✓ 中心軸はオフセット曲線群の最初の自己交差点の集合である。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 定理: 中心軸の端、接触円、内接円、縮閉線のカスプ

✓ 接触円とbitangent circleは中心軸の端点で一致する。

✓ 中心軸の端点は縮閉線のカスプと一致する。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 曲面の曲率: 主曲率と主方向

**Principal Curvatures:**  $k_{\max}, k_{\min}$  **Principal Directions:**  $\mathbf{t}_{\max}, \mathbf{t}_{\min}$

法線と任意の接線から決まる平面と曲面の交線の曲率は法断面曲率と呼ばれ(接平面上で接線は無限に選べるので無限にある一最大最小を主曲率、対応する接線を主方向と呼ぶ。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 曲率テンソル

✓ 曲面の主曲率は二階までの偏微分で決まる:  
 $S = S(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^3, \mathbf{x} = (u, v) \in \mathbb{R}^2$

**第一次・二次規格量(First and Second Fundamental Forms):**

$$\mathbf{I}(du, dv) = (du, dv) \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix} \quad \mathbf{II}(du, dv) = (du, dv) \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix}$$

$$E = S_u \cdot S_u, F = S_u \cdot S_v, G = S_v \cdot S_v \quad L = S_{uu} \cdot \mathbf{n}, M = S_{uv} \cdot \mathbf{n}, N = S_{vv} \cdot \mathbf{n}$$

✓ **Weingarten Map:**  $k_{\text{directional}}(du, dv) = \frac{\mathbf{II}(du, dv)}{\mathbf{I}(du, dv)}$

-Wの固有値と対応する固有ベクトルが主曲率と主方向になる:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} GL - FM & EM - FL \\ EG - F^2 & EG - F^2 \\ GM - FN & EN - FM \\ EG - F^2 & EG - F^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}^{-1}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 平均曲率とガウス曲率

✓ 主曲率の平均を平均曲率(Mean Curvature)、積をガウス曲率(Gaussian Curvature)と呼び、第一次・二次規格量の係数からも計算できる。

**平均曲率:**  $H = \frac{1}{2} \text{trace}(\mathbf{W}) = \frac{k_{\max} + k_{\min}}{2}$

**ガウス曲率:**  $K = \det(\mathbf{W}) = k_{\max} \cdot k_{\min}$

$$H = \frac{1}{2} \frac{EN - 2FM + GL}{EG - F^2} \quad K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}$$

- ガウス曲率が正・零・負でその形状の近傍が、それぞれ球・シリンダー・双曲面で近似出来る事が知られている。

- 曲面の曲率は曲がった計量でのLaplace作用素(Laplace-Beltrami作用素)と密接な関係がある。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 山屋根谷線

✓ 曲面上の特徴線: 曲率線に沿った主曲率の極値集合。

✓ **Crest Lines/Ridge-Valley Lines:**

**Convex:**  $k_{\max} > |k_{\min}|, e_{\max} = \frac{\partial k_{\max}}{\partial \mathbf{t}_{\max}} = 0, \frac{\partial e_{\max}}{\partial \mathbf{t}_{\max}} < 0$

**Concave:**  $k_{\min} < -|k_{\max}|, e_{\min} = \frac{\partial k_{\min}}{\partial \mathbf{t}_{\min}} = 0, \frac{\partial e_{\min}}{\partial \mathbf{t}_{\min}} > 0$

Convex ← Change of Orientation → Concave

✓ *First considered by A. Gullstrand in connection with applications in physiological optics (Nobel Prize 1911).*

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 曲率の極値と幾何特徴

**縮閉面:**

$$\mathbf{f}_{\max} = \mathbf{S} + \mathbf{n} / k_{\max}$$

$$\mathbf{f}_{\min} = \mathbf{S} + \mathbf{n} / k_{\min}$$

Medial Axis, Focal Set, Focal Rib, Ridges, Surface, Evolute, Evolute Cusps, Curvature Profile



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 意匠形状設計:美しい形状とは?

✓ 曲げエネルギー(Bending Energy):  $\int k^2 ds$

$\int k^2 ds \rightarrow \min$

EulerのElastica (Mechanical Spline):  
 $k_{ss} + \frac{1}{2}k^3 = 0$

Clothoid (Wooden Spline):  
 $k_{ss} = 0 \Rightarrow k = as + b$

はり理論(力学):  
 $\int (\alpha k^2 + \beta k) dt$

曲げ せん断

✓ The case of 2D curves was considered by L. Euler 1744.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Aesthetic Surfaces

✓ 曲面の曲げエネルギー(Bending Energy):  
 $\int (k_{\max}^2 + k_{\min}^2) dA \rightarrow \text{Min} \equiv \int H^2 dA \rightarrow \text{Min}$

✓ 対応するEuler-Lagrange方程式:  
 $\Delta_s(H) + 2H(H^2 - K) = 0.$

✓ 線形化されたエネルギー=Thin Plate Spline: **Thin Shells, Membrane, Elastic Shapes...**  
 $\int (\Delta f)^2 dA \rightarrow \text{Min} \Leftrightarrow \Delta^2 f = 0.$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Snake / Active Contour法

✓ 曲線の曲率と画像のエッジに基づくエネルギー関数を最小化→領域抽出.  
 $\sum (\alpha(r_{ss} = kn)^2 + \beta r_s^2 + \gamma E_{\text{image}}) \rightarrow \text{Min}$

Bending Energy Membrane Fitting

✓ 3次元曲面への拡張:  
 $\sum \|\alpha(\Delta_s S \equiv 2Hn) + \beta E_{\text{fit}}\|^2 \rightarrow \text{Min}$

Bending Energy (Cotan Formula) Fitting

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 今日の授業内容

[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html)  
[www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec13.pdf](http://www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec13.pdf)

1. 図形検出
2. 幾何形状の基礎
3. **パターン認識の基礎**
  1. 特徴抽出
  2. 認識・識別・学習
  3. ビデオのパターン認識

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習: 領域抽出法の分類

✓ 教師なし(Unsupervised Segmentation):

入力画像 (領域抽出したい画像) → 特徴抽出 分類・識別 → 領域抽出 画像

✓ 教師あり(Supervised Segmentation):  
 - **パターン認識・機械学習**

RGB色空間 → 特徴空間

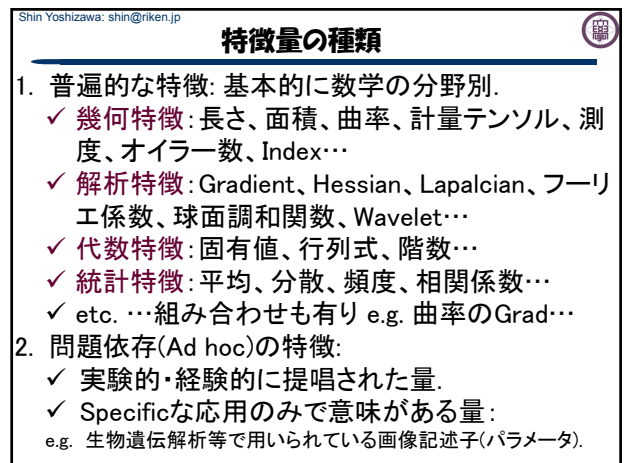
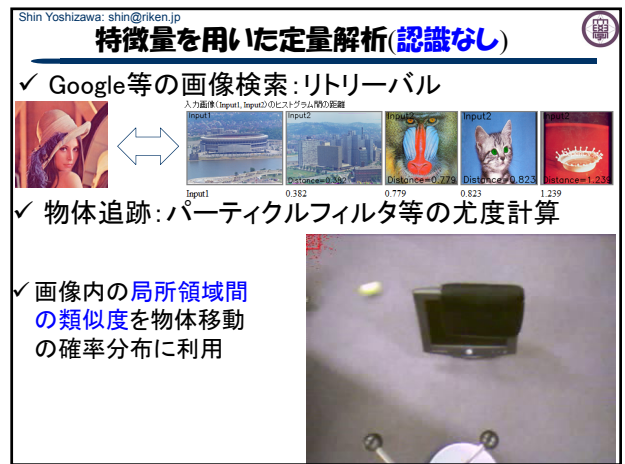
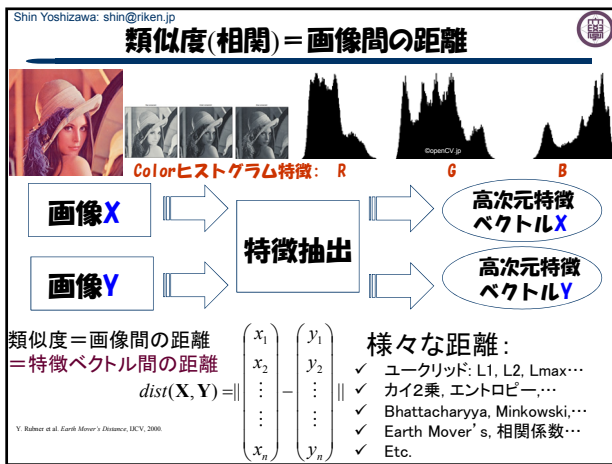
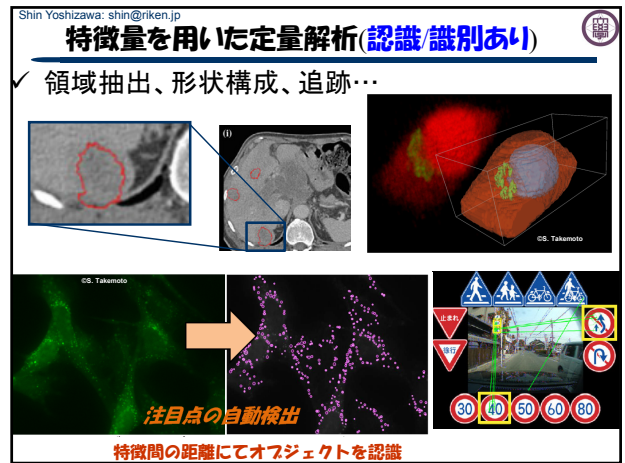
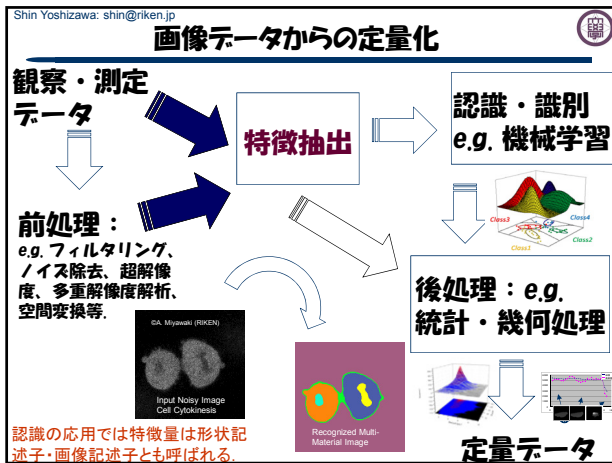
正解・不正解 (教師) 画像

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習: 領域抽出法の分類

✓ 教師なし(Unsupervised Segmentation):

- 領域の輝度値や抽出したい形状に関するエネルギー(目的関数)を最小化・最大化する事で特徴量の分布や滑らかさを基準.
- 領域抽出でよく用いられる方法は**大津の二値化法, Snake (Active Contour), Graph Cuts, Mean Shift, Water Shed (Region Growing)**等の方法が有名(目的関数の違いなど沢山の亜種).
- モデルを用いた検出: エッジ抽出、コーナー検出、テンプレートマッチング、線・円・形状抽出.



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 特徴量の種類2

同じ特徴(e.g. 勾配: Gradient)でも...

- 連続で滑らかな特徴:  $\nabla I(x, y) = \left( \frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right)$
- 離散化・簡略化した特徴:
  - 前進1次:  $\frac{f(x+1, y) - f(x, y)}{dx}, \frac{f(x, y+1) - f(x, y)}{dy}$
  - 中心2次:  $\frac{f(x+1, y) - f(x-1, y)}{2dx}, \frac{f(x, y+1) - f(x, y-1)}{2dy}$
  - Sobel:  $I * \frac{\partial g}{\partial x}, I * \frac{\partial g}{\partial y}$
  - Prewitt:  $g = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$
- 対象・座標系による違い:
  - 差分近似
  - オペレータ
  - スケールスペース近似
  - 関数フィット...
- 解像度・スケールの違い:
  - 多重解像度表現
    - Gaussian Pyramid
    - Laplacian Pyramid
    - Wavelets/Fourier, ...
    - etc.
    - マルチスケール表現
  - 種座標・FFT座標系...
  - Lagrangian: 曲線・曲面座標系
  - Eulrian: 直交座標系

Moving-LS, RBF, Polynomials, Conv., Fourier, Béziars, B-Spline, MPU, SLIM, ...

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 特徴量の種類3

- パターン認識ではSaliency, HLAC, PARCOR, SIFT, HOG, Shape-lets, テクスチャー統計量, 関数展開系(フーリエ, Wavelets, 球面調和, Zernike 関数, KL展開, 固有関数展開などの係数列)...
- 重要な要素: **不変量**, **性質(加法性: 画像を足したら、特徴量も足される)**.
  - e.g. Rotational Invariants: 回転変換に不変

同じ特徴量(e.g. Colorヒストグラム)

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Saliency

- ✓ 位相・幾何変化にロバストな方法の一つ: 顕著性(Saliency).
- ✓ Visual Attention: 人間の脳内では視覚情報の空間的局所領域に対する顕著性に対して特定の解析システム(visual map encoding)が存在 [Human Neurobiol, 4:1985].
- ✓ Saliency Model: L. Itti, C. Koch, and E. Niebur [IEEE PAMI, 20(11):1998]によって提案された顕著性計算モデルで2次元時系列解析にて既に多数の応用実績がある: <http://ilab.usc.edu/bu>
  - 方向、カラー特徴
  - 多重解像度解析
    - 大きさの異なる特徴
  - スケール間解析
    - 画像の自己相類似度
    - 各スケール特徴統合

Visual Scenes, Input image, Feature Detectors, Center-surround & spatial competition, Feature maps, Saliency map Winner-take-all, Inhibition of Return, Central Representation, Saliency Objects

© USC, Lab CV - Neuroscopic Vision Toolkit Overview

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## Saliency2

- ✓ 顕著度・特徴点を抽出.

Visual Scenes, Input image, Feature Detectors, Center-surround & spatial competition, Feature maps, Saliency map Winner-take-all, Inhibition of Return, Central Representation, Saliency Objects

© USC, Lab CV - Neuroscopic Vision Toolkit Overview

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## SIFT & HOG

- ✓ Scale-Invariant Feature Transform (SIFT): 特徴点とその点の特徴量をスケールスペースにて抽出.
  - 特徴点: DoGのスケール方向での極値画素.
  - 特徴量: 勾配の局所的ヒストグラム.
  - 回転・拡大縮小・平行移動に頑健.
- Histogram of Oriented Gradient.

Scale (first octave), Scale (second octave), Gaussian, CD, Linn, UCY, 2004, Difference of Gaussian (DOG), キーポイント検出点 (キーポイント数: 1895点), 主要形による検出点 (キーポイント数: 1197点), コンフラストによる検出点 (キーポイント数: 421点), ガウス関数, 距離d, #12, #54, #47, #68

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## HLAC

- ✓ 高次局所自己相関(HLAC: Higher-order Local Auto-Correlation) 特徴: 局所パターンの自己相関を積分.
  - 積分ベース:(局所)画像の大きさによらず一定次元の特徴.
  - 有名な産総研(旧電総研)の大津先生と栗田先生が開発.
  - 位置不変性 & 加法性.  $x(a_1, a_2, \dots, a_N) = \int_{\mathcal{R}} f(\mathbf{r}) f(\mathbf{r} + \mathbf{a}_1) \dots f(\mathbf{r} + \mathbf{a}_N) d\mathbf{r}$
  - パターンの組み合わせ=次数.  $\mathbf{r}$ : 参照ベクトル,  $\mathbf{a}_i$ : 変位ベクトル,  $f$ : 強度値パターン,  $\mathcal{D}$ : 画面(積分範囲)
  - 異常検出などの応用.

買がんの細胞が転移しているリンパ節の画像 (カラーチャンネル別画像), システムの処理結果, 白い影はリンパシステムが正常に分れている(がん)と特化したことを示す

2次元画像は2次元までなら25次元. 3次元画像(CHLAC)は2次元までなら251次元.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 関数展開系

- ✓ 周波数を特徴(係数⇒ベクトル)とする: 様々な基底がある.
- ✓ フーリエ係数、KL(Karhunen-Loeve)展開、球面調和関数、固有関数展開、Zernike関数、Wavelets...

データ点 固有ベクトル×固有値

平均顔画像

OCG-ARTS協会

第1主成分 第2主成分 第3主成分 第4主成分 第5主成分

主成分を画像化したもの

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 重要: Bag of Features / Keypoints

- ✓ 入力画像、教師画像や評価局所Window内の全ての画素での特徴量を使うのではなく、キーポイントでの特徴量をヒストグラムなどの統計量として使うアプローチ(Joint~).
- ✓ 「見え」の変化や物体の局所変形・移動などに頑健.
- ✓ 同じカテゴリーの複数画像から作成すると代表特徴となる.
- ✓ キーポイントはランダム、SIFT等で特徴量は多種.

frame 0 frame 20 frame 39 frame 74

frame 152 frame 191 frame 300 frame 312

frame 490 frame 573 frame 600 frame 619

©B. Tomask et al.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 復習: 領域抽出処理の流れ

- ✓ 領域抽出は、特徴量の分類・識別.

特徴抽出/特徴空間生成

識別関数(分割規則)

画像空間への反映

出力画像

処理例:

閾値

「閾値」は識別関数表現のひとつ

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 識別・分類・判別

- ✓ 多変量解析: 多変量の統計的解析法.
  - 主成分分析(PCA): 共分散行列(分散の二乗和)の固有解析.
  - 線形判別分析: 大津の二値化法と同じでクラス間・クラス内分散を用いる.
  - その他: 回帰分析、重回帰分析、独立成分分析、Adaptive Boostingなど.

データ点 固有ベクトル×固有値

OCG-ARTS協会

黒の分布 白の分布

特徴1 特徴2

クラス1 クラス2

主成分分析で選ばれた基底

判別分析で選ばれた基底

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 識別・分類・判別2

- ✓ kNN (k Nearest Neighbor)法: 近傍へ分類.
  - 近傍k個の学習用データを検索する.
  - 帰属するサンプル数が最も多いクラスへ識別する.
  - 前期のテクスチャー合成で使ったANNなど.

OCG-ARTS協会

OA. Bertmann et al., SIGGRAPH 2001

NN法の場合、△は◆側.  
kNN法の場合、k=3だと、○2◆1で○側.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

## 識別・分類・判別3

- ✓ k-means: 平均で分ける⇒重心Voronoi図になる.
  - アルゴリズム: 分割統治法・randomized incremental法・Lloyd法.

分割統治法

randomized incremental法

Lloyd法

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 識別・分類・判別4

✓ **ニューラルネットワーク**: 脳の学習と識別のメカニズムをシステム化。シナプス結合を形成した人工ニューロンが、学習によって結合強度を変化させ、問題解決能力を持つ。

ニューロンモデル  
w: 結合係数 / 出力関数  
3層ニューラルネット

学習: 出力 $z_k$ と教師値 $t_k$ の差の2乗の和を最小化する重み $w$ を決める。

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^c (z_k - t_k)^2 \rightarrow \min$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 識別・分類・判別5

✓ **SVM(Support Vector Machine)**: データ点との距離が最大となる分離(超)平面を求める。

- カーネル関数 $K()$ : 線形、多項式、放射基底関数など。
- $K()$ が線形ならラグランジュの未定乗数法や非線形(2次)計画法を使って計算。

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i K(x_i, x) = \text{constant}$$

$$\min_{w,b} \max_{\alpha} \left\{ \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i [y_i (w \cdot x_i - b) - 1] \right\}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 識別・分類・判別6

✓ **部分空間法**: 広すぎる特徴空間を簡略化。

- 部分空間・射影の選び方で様々な方法がある。
- 最も簡単な部分空間: 主成分分析。
- 関数展開した高周波基底のカット。
- 空間の特徴を保持した簡略化。
- Dimension Reduction.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 動画のパターン認識

✓ 基本は静止画のパターン認識法を高次元として適用する:

- 背景差分、オプティカルフロー、パーティクルフィルタ、確率論等。

✓ **背景・フレーム間差分**: 時間微分の差分近似。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 動画のパターン認識2

✓ **オプティカルフロー**: 移動物体の運動解析。

- ブロックマッチング法: テンプレートマッチング。
- 勾配法:

$$\frac{\partial I}{\partial x} u + \frac{\partial I}{\partial y} v + \frac{\partial I}{\partial t} = 0,$$

近傍から式を立てて最小二乗解。

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

### 動画のパターン認識3

✓ **動画編集への応用**:

## 今日の講義内容について



✓ 今日の幾何形状とパターン認識は両方とも基礎中の基礎です。もっと勉強してみたい人は以下の参考書・教科書がお勧めです。

- 幾何形状処理:
  - グラフィックスの数理、共立出版、1996.
  - Lectures on Classical Differential Geometry, Dover Pub. Inc., 1988.
  - CAD/CAMにおける曲線曲面のモデリング、東京電機大学出版、1996.
  - Polygon Mesh Processing, A K Peters/CRC Press, 2011.
- パターン認識:
  - 新編画像解析ハンドブック、東京大学出版、2004.
  - コンピュータビジョン、共立出版、2007.
  - Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, 2007.

## おわりに、



みなさん良く頑張りましたd(>\_・)  
今日で前期の授業は終わりです。  
みんな最後まで来てくれてありがとー  
o(≧▽≦)o

また後期でお会いしましょう！

ヾ( ^.^)ゞ