情報デザイン専攻

画像情報処理論及び演習II

-フィルタ処理・エッジ強調-
特徴保存フィルタ

第7回講義
水曜日１限
教室6218

吉澤　信
shin@riken.jp, 非常勤講師
大妻女子大学　社会情報学部

独立行政法人 理化学研究所

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

今日の授業内容

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html
www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec19.pdf

1. 前回の演習
2. 特徴保存フィルタの基礎.
3. 非線形拡散(エッジ保存)、Bilateral(エッジ保存)フィルタ, Non-Local Means (パターン保存)フィルタ.
4. 演習：エッジ保存フィルタ.

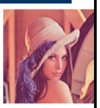
今日の演習は後期二回目レポート05(12/17締切)で出すので、みなさん頑張ってくださいねーp(^^)q

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

復習：拡散方程式の離散計算

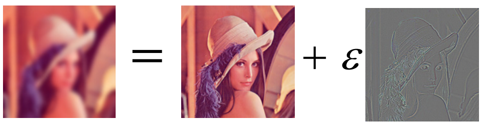
$$\frac{\partial I(x,y,t)}{\partial t} = \Delta I(x,y,t)$$

$for(\text{iteration})\{$
$tmp = Filtering(I);$
$I = tmp;$
$\}$



✓ 時間は、前進1次差分近似：epsilonは微小時間.

$$I^{n+1}(i,j) = I^{n}(i,j) + \varepsilon \Delta I^{n}(i,j)$$



0	1	0
1	−4	1
0	1	0

4連結

✓ 空間は(Laplace作用素の)中心2次差分近似:

$\Delta I \approx I(x+1,y)+I(x-1,y)+I(x,y+1)+I(x,y-1)-4I(x,y)$

$\Delta I \approx I(x+1,y)+I(x-1,y)+I(x,y+1)+I(x,y-1)-6I(x,y)+$
$+0.5(I(x+1,y+1)+I(x-1,y+1)+I(x+1,y-1)+I(x-1,y-1))$

0.5	1	0.5
1	−6	1
0.5	1	0.5

8連結

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

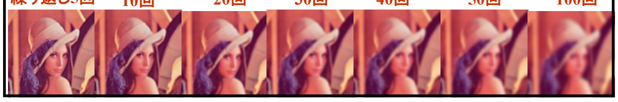
復習：演習18−2

✓ 拡散方程式による平滑化フィルタの作成: Ex11.zip内のDiffusion.cxxの中にあるコメントに従って拡散方程式による平滑化フィルタを作成しましょう.

✓ 微小時間epsilon=0.25で繰り返し10,20,30,40,50,100で実行してみましょう.

繰り返し5回　繰り返し10回　繰り返し50回　繰り返し100回

繰り返し5回　10回　20回　30回　40回　50回　100回



Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

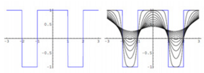
今日は特徴(エッジ・パターン)保存フィルタ

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

まず平滑化(Smoothing)とは何か？

✓ 畳み込みと平滑化：　Convolution Kernel: g

$f*g=\int f(t)g(x-t)dt,\quad f,g\in C^{\infty}(\Re),\quad |x|\to\infty, f(x),g(x)\to 0.$



Normalized Convolution:

$\int f(t)g(x-t)dt \Big/ \int g(x-t)dt.$

✓ 拡散方程式(偏微分方程式)と平滑化:　拡散方程式はフーリエ変換を用いると(ある境界条件の場合に)形式解が導ける！

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta h = \mathrm{div}(\mathrm{grad}(h(\mathbf{x},t))),\ \mathbf{x}\in\Re, t>0, h(\mathbf{x},0)=f(\mathbf{x}).\ G_a(b)=e^{-(b/a)^2}.$$

拡散方程式のフーリエ解は基本解と初期値の畳み込み:

$$h(\mathbf{x},t)=\int f(\mathbf{y})g(\mathbf{x}-\mathbf{y},t)d\mathbf{y}=\frac{1}{(4\pi t)^{n/2}}\int f(\mathbf{y})G_{\sqrt{4t}}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)d\mathbf{y}$$

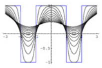
拡散の時間変化＝Gaussianフィルタの標準偏差パラメータ変化

つまり平滑化(Smoothing)とは何か？

✓ 変分問題と平滑化：ディリクレエネルギーの最小化：

$\frac{\partial h}{\partial t} = \Delta h, \quad t \to \infty \Rightarrow \Delta h = 0.$ with appropriate boundary condition.

Dirichletエネルギー最小化問題：$\int |\nabla h|^2 \to \min.$



✓ 周波数領域での平滑化:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u, \quad u(x,0) = h(x), \quad 0 \le x \le l, \quad u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad x, u(x,t) \in \Re.$$

Fourier解：$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \exp(-\frac{k^2\pi^2}{l^2}t)\sin\frac{k\pi}{l}x, \quad b_k = \frac{2}{l}\int_0^l h(y)\sin\frac{k\pi}{l}y dy.$

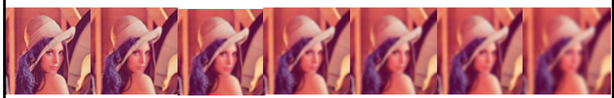
$t \to \infty$ 高周波ほど急激に減少.

Gaussian フィルタ = Laplacian Smoothing =拡散・熱伝導方程式の解=Dirichletエネルギーの最小化~高モードFourier係数の0への置き換え=Low Pass Filter.

標準偏差と時間変化

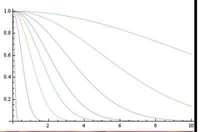
$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \Delta I(\mathbf{x},t), \quad t \to \infty$$

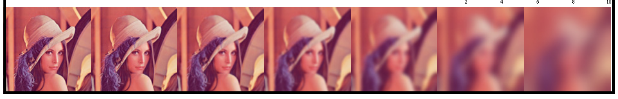
拡散度合＝時間経過＝Gaussianフィルタの標準偏差



$$I(\mathbf{x},\sigma) = \int g_\sigma(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad \sigma \to \infty$$

$$g_a(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2a^2}}$$





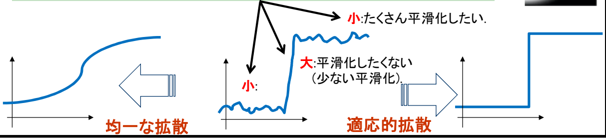
エッジ保存フィルタ：非線形拡散

✓ GradientのDivergenceはLaplacian:

div ∇ = Δ div $(c \nabla I)$: cは拡散係数(普通は位置(u,v)や輝度値I(u,v)に依存しない定数).

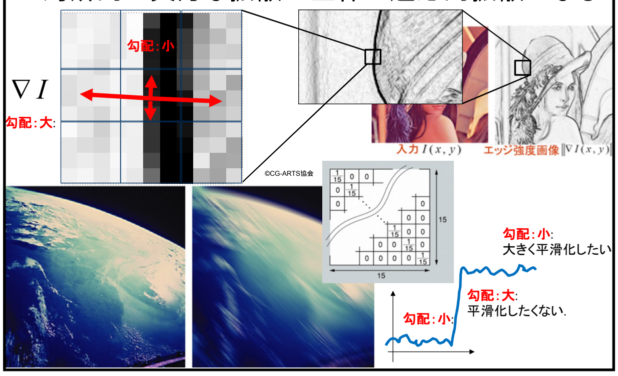
✓ 非線形(異方性)フィルタ(Nonlinear Diffusion): 拡散係数cを異方的に考える＋エッジの大きさ(勾配強度)が大きい方向には平滑化しない.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\,(c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$



非線形拡散フィルタ2

✓ 局所的に異方な拡散→全体で適応的拡散になる:

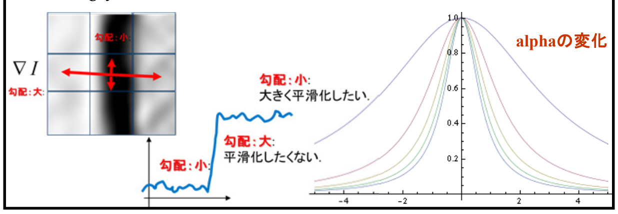


非線形拡散フィルタ3

✓ 非線形拡散係数(関数)は例えば、

$c(x) = \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$ や $c(x) = \frac{1}{1+\alpha x^2}$ をよく使う.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\,(c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$



非線形拡散フィルタ3

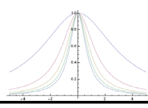
✓ 非線形(異方性)フィルタの離散化: 最も簡単な前進差分の陽解法では…

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}\,(c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t))$$

$$I^{n+1}(i,j) = I^n(i,j) + \varepsilon \frac{1}{C}\sum_{l=-1}^{l=1}\sum_{m=-1}^{m=1} c_{lm}(I^n(i+l,j+m) - I^n(i,j))$$

$$c_{lm} = \frac{1}{1+\alpha|\nabla I|^2} \qquad |\nabla I| \approx |I(i+l,j+m) - I(i,j)|$$

$$C = \sum_{l=-1}^{l=1}\sum_{m=-1}^{m=1} c_{lm}$$



もし $c_{lm} = 1$ 又は(輝度値に依存しない)定数なら普通の拡散方程式.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ4

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

非線形拡散フィルタ5

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \mathrm{div}(c(|\nabla I(\mathbf{x},t)|)\nabla I(\mathbf{x},t)), \quad t \to \infty$$

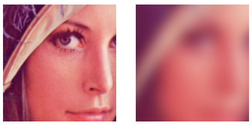
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

画像処理での平滑化

- ✓ Linear Diffusion (Gaussianフィルタ): Gabor 1960.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \Delta I(\mathbf{x},t),$$

$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y},$$



- ✓ Anisotropic (Nonlinear) Diffusion: P. Perona and J. Malik, IEEE PAMI, 1990.

$$\frac{\partial I(\mathbf{x},t)}{\partial t} = div(g_{\sigma}(|\nabla I(\mathbf{x},t)|^2)\nabla I(\mathbf{x},t)), \qquad g_a(r) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2a^2}}$$

- ✓ Total Variation: L. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, Physica D, 1992.

$$\arg\min_{I^{new}} \lambda \int_{\Omega} \phi(|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|) d\mathbf{x} + \frac{1}{2}\int_{\Omega} |g_{\sigma} * I^{new}(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x}$$

$$\Rightarrow \lambda \, \mathrm{div}\left(\frac{\phi'(|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|)}{|\nabla I^{new}(\mathbf{x})|} \nabla I^{new}(\mathbf{x})\right) = (g_{\sigma} * I^{new}(\mathbf{x}) - I(\mathbf{x})) * g_{\sigma}(-\mathbf{x})$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Bilateralフィルタとは？

Gaussian Filter ⇐ **Input** ⇒ **Bilateral Filter**

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{g_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|)}_{\text{Intensity (Tonal) Kernel}} \underbrace{g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}_{\text{Spatial Kernel}}$$

$$g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$

Spatial-Tonal Normalized Convolution:

$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \Big/ \int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) d\mathbf{y},$$

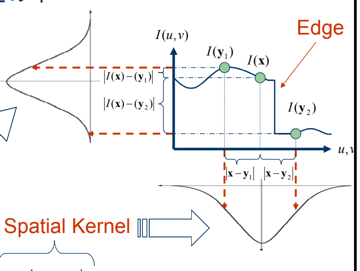
エッジ特徴を保存する！

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

なぜエッジを保存するのか？

- ✓ Intensity Kernelは、エッジの境界を跨いでの輝度値の平滑化を抑制する.
- ✓ Spatial Kernelは、平滑化の影響を局所化する.

$$I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x}) = \frac{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) d\mathbf{y}}, \quad g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$



$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{g_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|)}_{\text{Intensity Kernel}} \underbrace{g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)}_{\text{Spatial Kernel}}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

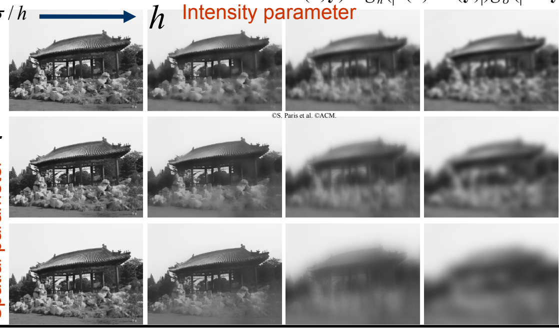
Bilateralフィルタのパラメータ

- ✓ 目的に応じて二つのパラメータを調節: sigmaはGaussianフィルタや拡散方程式(微小時間×繰り返し回数)と同じ影響. hは保存したいエッジの大きさに依存.

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|) g_{\sigma}(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$$

σ / h → h Intensity parameter

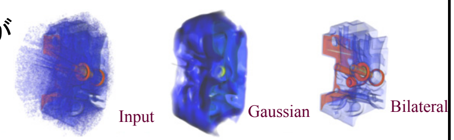
↓ σ Spatial parameter

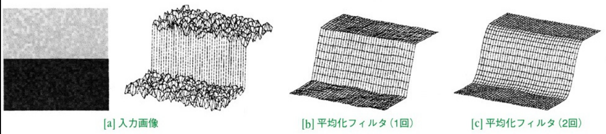


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

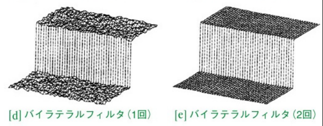
Bilateralフィルタ

✓ 数回適用が良い結果：





hは平滑化したい部分の輝度値の標準偏差の0.5～2.0倍程度をよく使う.



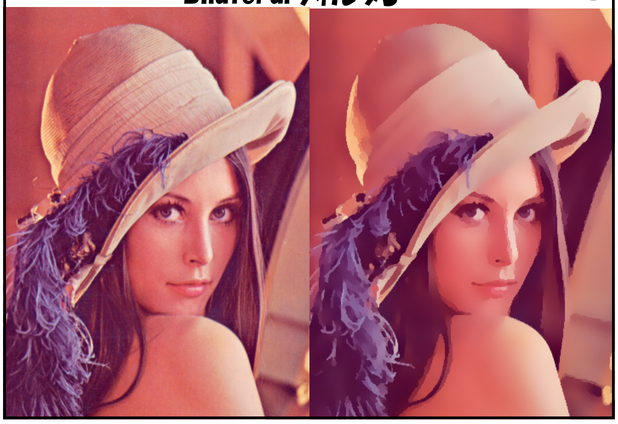
$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|)g_\sigma(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Bilateralフィルタ2

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Bilateralフィルタ3



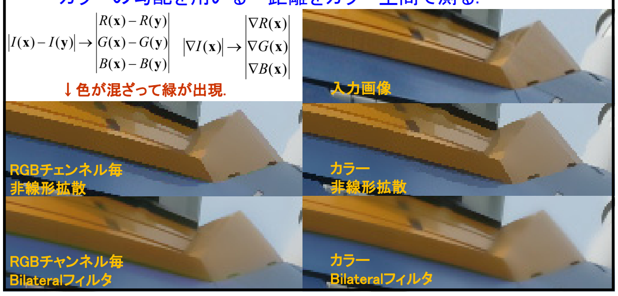
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Color Bleeding

- ✓ 多次元(Color)のフィルタで、RGB各色チェンネル毎に異なるパラメータで処理すると、カラーが混ざってしまう.
  - RGB毎に同じパラメータでフィルタを適用する.
  - カラーの勾配を用いる＝距離をカラー空間で測る.

$$|I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})| \to \begin{vmatrix} R(\mathbf{x}) - R(\mathbf{y}) \\ G(\mathbf{x}) - G(\mathbf{y}) \\ B(\mathbf{x}) - B(\mathbf{y}) \end{vmatrix} \quad |\nabla I(\mathbf{x})| \to \begin{vmatrix} \nabla R(\mathbf{x}) \\ \nabla G(\mathbf{x}) \\ \nabla B(\mathbf{x}) \end{vmatrix}$$

↓色が混ざって緑が出現.



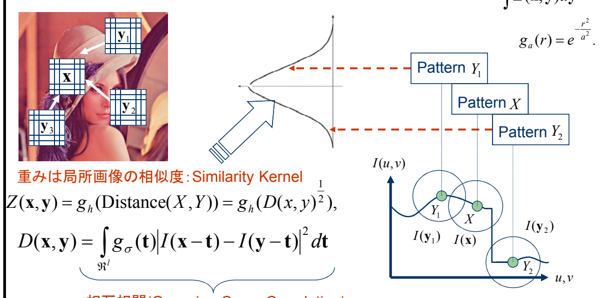
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

パターン保存フィルタ(NL-Means)

- ✓ Non-Local (NL-) Meansフィルタ: A. Buades, B. Coll, and J.-M. Morel, 2004.
- ✓ Similarity Kernelは、パターンの境界を跨いでの輝度値の平滑を抑制する.

$$I^{new}(\mathbf{x}) = \frac{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y})I(\mathbf{y})d\mathbf{y}}{\int Z(\mathbf{x},\mathbf{y})d\mathbf{y}},$$

$$g_a(r) = e^{-\frac{r^2}{a^2}}.$$



重みは局所画像の相似度：Similarity Kernel

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(\text{Distance}(X,Y)) = g_h(D(x,y)^{\frac{1}{2}}),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \underbrace{\int_{\Re^l} g_\sigma(\mathbf{t})|I(\mathbf{x}-\mathbf{t}) - I(\mathbf{y}-\mathbf{t})|^2 dt}_{\text{相互相関(Gaussian Cross-Correlation)}}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

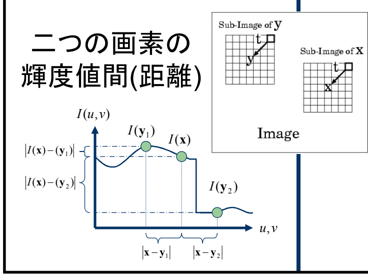
相似度？: Bilateral vs. NL-Mean

Bilateralフィルタ

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(D(\mathbf{x},\mathbf{y}))g_\sigma(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = |I(\mathbf{x}) - I(\mathbf{y})|$$

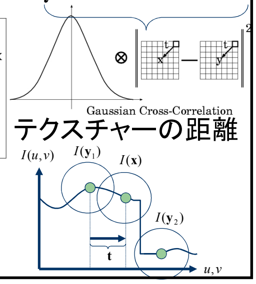
二つの画素の輝度値間(距離)



Non-Local Meansフィルタ

$$Z(\mathbf{x},\mathbf{y}) = g_h(D(\mathbf{x},\mathbf{y})^{\frac{1}{2}}),$$

$$D(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \int g_\sigma(\mathbf{t})|I(\mathbf{x}-\mathbf{t}) - I(\mathbf{y}-\mathbf{t})|^2 dt$$

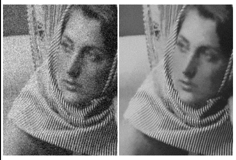


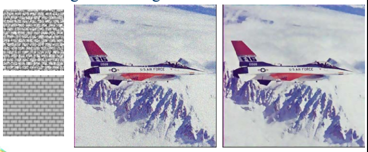
テクスチャーの距離

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

ビデオや3次元形状(Mesh)への拡張

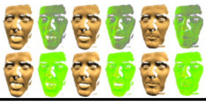
2D Image Denoising:　A. Buades et al. 2004～.

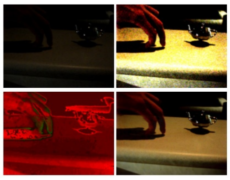




3D Mesh Smoothing:　S. Yoshizawa et al. 2006.

Time-Varying Range Images Filter:
O. Schall et al. 2006.



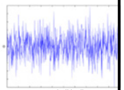


Video Enhancement (3D Image):
E. Bennett and L.McMillan, 2005.

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

復習：ノイズ

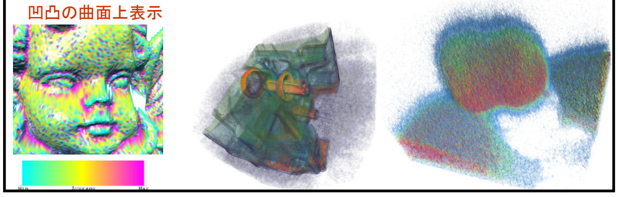
- 計測・観察によって得られるデータは通常ノイズを含む.
- 加算性白色ガウスノイズは自然界の雑音を良く近似する.
  - 最小二乗的に最適なノイズ除去法はWiener Filter.
  - 理想フィルタは原信号のパワースペクトルが必要…
  - 複雑な計測・観察データでは実用上「平滑化法」.



©wikipedia

実測データにおける装置による雑音の例

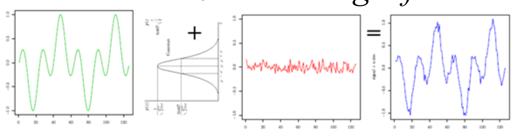
凹凸の曲面上表示

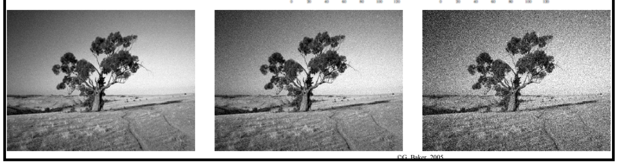


Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Signal-to-Noise Ratio (SN比)

- ノイズと元信号の比：Peak-SNR (色々な定義あり): e.g.
  - 小さい＝ノイズが多い.　$\mathrm{PSNR} = -10\log_{10}\left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{f_j - I_j}{\max(f_j, I_j)}\right)^2\right)$
  - 大きい=ノイズが少ない.　$I = g * f + n$





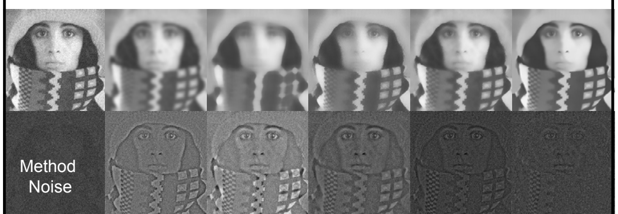
©G. Baker, 2005

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

Statistical Analysis of Signal-to-Noise Ratio

- Method Noise: 入力から出力を引いた画像. 特徴が出ていれば使ったFilterがノイズのみでなく, 入力画像の特徴を消している. Signal-to-Noise Ratioの空間表現.

$$I(\mathbf{x})^{\mathrm{noisy}} - I^{\mathrm{smoothed}}(\mathbf{x})$$



Input　Gaussian　Median　Yaroslavsky　Bilateral　NL-Means

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

様々なノイズ除去法の比較

- Gaussian, Anisotropic, Total Variations.

Noisy Input　Gaussian　Anisotropic　TV1　TV2　TV3　NL-Mean

©A. Buades et al. 2004.

- Wiener Filters, Wavelet thresholds.

Noisy Input　Fourier-Wiener　DCT-Wiener　Wavelet Hard　Wavelet Soft　Translation invariant Wavelet hard　NL-Mean

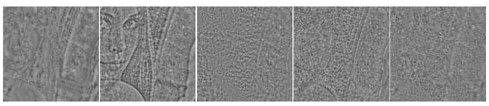
Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

様々なノイズ除去法の比較2

- Method Noise:　$I(\mathbf{x}) - I^{\mathrm{new}}(\mathbf{x})$

Original　Gaussian　Anisotropic　TV1　TV2　TV3

©A. Buades et al. 2004.



Neighborhood　Wavelet Soft　Wavelet Hard　DCT-Wiener　NL-Mean

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習: エッジ保存フィルタ

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/index.html
www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Lec19.pdf

www.riken.jp/brict/Yoshizawa/Lectures/Ex12.zip

✓演習19-1: 非線形拡散方程式によるエッジ保存フィルタの作成.
✓演習19-2: Bilateralフィルタの作成.

↑はReport05の内容です。

前回・前々回(Lec17.pdf, Lec18.pdf)の演習が出来ていない人はそちらを先にやりましょう！

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習19－1

- ✓ 非線形拡散方程式によるエッジ保存平滑化フィルタの作成: Ex12.zip内のNonlinearDiffusionColor.cxxの中にあるコメントに従ってフィルタを作成しましょう.
- ✓ 微小時間epsilon=0.25、エッジの重みalphaは0.1と0.01で繰り返し10,50,100で実行してみましょう(6種類).

$$c = \frac{1}{1 + \alpha |\nabla I|^2}$$

Shin Yoshizawa: shin@riken.jp

演習19－2

- ✓ Bilateralフィルタの作成: Ex12.zip内ColorBilateralFilter.cxxの中にあるコメントに従ってフィルタを作成しましょう.
- ✓ Spatial Kernelの標準偏差sigma=10.0、25.0、Intensity Kernelの標準偏差h=1.0×(画像全体のグレースケールの標準偏差)を0.1、0.2、0.5と、畳み込み半径10で実行してみましょう(6種類).

sigma=10.0　h=0.15　　sigma=10.0　h=0.5